



CRR DISCUSSION PAPER SERIES J

Discussion Paper No. J-70

ポスト・ケインズ派マクロ動学分析の方法

二宮健史郎

2019年1月

**Center for Risk Research
Faculty of Economics
SHIGA UNIVERSITY**

**1-1-1 BANBA, HIKONE,
SHIGA 522-8522, JAPAN**

滋賀大学経済学部附属リスク研究センター

〒522-8522 滋賀県彦根市馬場 1-1-1

ポスト・ケインズ派マクロ動学分析の方法*

二宮健史郎†
滋賀大学経済学部

2019年1月

概要

ケインズ経済学を単純化した $IS \cdot LM$ モデルは、スタグフレーションによる景気後退に有効な処方箋を提示できなかつたケインズ経済学の退潮に軌を同じくして新古典派経済学、新しい古典派から厳しい批判に晒されることになる。しかしながら、サブプライム問題に端を発した世界的金融危機の発生により、ポスト・ケインズ派に属する H.P. ミンスキーの金融不安定性仮説は注目を浴びる。 $IS \cdot LM$ モデルは、ポスト・ケインズ派マクロ動学モデルの基礎となっていることに疑いの余地はない。

本稿では、ケインズ派の基本モデルである $IS \cdot LM$ モデル、2次元の簡単なポスト・ケインズ派のマクロ動学モデル、その分析手法や数値シミュレーションの方法等を概観する。そして、 $IS \cdot LM$ モデルが資本主義経済における内生的な循環や、不安定性を論じるポスト・ケインズ派マクロ動学モデルによる分析の基礎として位置づけられ、教育ツールとして必要不可欠なものであることを示す。そして、Hopf の分岐定理による閉軌道の存在証明や数値シミュレーション等、非線形経済動学の分析手法の展開を簡潔に示し、ポスト・ケインズ派マクロ動学分析の手法としての有用性を論じる。

1 はじめに

ポスト・ケインズ派経済学の特徴として、短期においても長期においても、1) 需要が経済の活動水準に影響する、2) 貨幣が非中立的である、3) 景気循環は資本主義経済におい

* 本稿は、科学研究費補助金基盤 (C):16K03633)、平成 30 年度滋賀大学共同研究プロジェクト助成 (学長裁量経費) による研究成果の一部である。記して感謝申し上げます。

† 滋賀大学経済学部教授。〒522-8522 滋賀県彦根市馬場 1-1-1, 滋賀大学経済学部。E-mail; k-nino@biwako.shiga-u.ac.jp。

て内在的に発生する、ということが挙げられる*¹。つまり、政府支出が短期のみならず、長期においても影響を与え、実物的要因のみならず金融的要因によっても経済の不安定性が内在的に発生すると考えているということである。このような特徴は、市場メカニズムを重視する新古典派経済学、新しい古典派のみならず、長期においては供給面が経済の活動水準を決定し、貨幣が中立的であると考えられるニュー・コンセンサス・マクロ経済学とも立場を異にする*²。

ポスト・ケインズ派の代表的なマクロ動学モデルとして、カルドア・モデル (Kaldor(1940)) とグッドウィン・モデル (Goodwin(1967)) がある。カルドア・モデルは非線形の投資関数を想定することにより、グッドウィン・モデルは資本家と労働者の階級闘争に焦点を当て、Lotka-Volterra 型微分方程式を適用して資本主義経済の内生的景気循環を描写している。カルドア・モデル等の内生的景気循環論では、Hopf の分岐定理等の非線形経済動学の手法が用いられ、多くの研究が蓄積されている*³。

また、サブプライム問題に端を発した世界的な金融危機の発生により、ポスト・ケインズ派の H.P. ミンスキーによる金融不安定性仮説が注目も浴びるようになる*⁴。ミンスキーは、複雑な金融制度を持つ資本主義経済は内在的に不安定であると主張する。カルドア・モデルやグッドウィン・モデルは実物的な景気循環論であるが、ミンスキーの金融不安定性仮説が内生的な金融的景気循環論であることから、負債の動態等の金融的要素を導入したマクロ動学モデルによる検討が多く行われている。Hopf の分岐定理を適用したポスト・ケインズ派のマクロ動学モデルは、高次元動学的ケインジアンモデルと呼ばれている。

他方で、ケインズ経済学を単純化した $IS \cdot LM$ モデルは、スタグフレーションによる

*¹ ポスト・ケインズ派の特徴をより詳細に説明したものとして、Lavoie(2006)、鍋島 (2017) 第 1 章、第 2 章等がある。

*² ニュー・コンセンサス・マクロ経済学とは、Romer(2000)、Taylor (1997)(2000)(2004) 等により定式化されたマクロ経済モデルで、 LM 方程式に代えて金融政策ルールが導入されているものである。 $IS \cdot MP$ モデルと呼ばれているものもこれに該当する。

この金融政策ルールはテイラー・ルールと呼ばれ、中央銀行が物価の状況等に応じて名目利子率をコントロールするインフレ・ターゲットを採用することが前提となっている。ポスト・ケインズ派によるニュー・コンセンサス・マクロ経済学に対する批判については、鍋島 (2017) の第 5 章を参照。

他方で、ポスト・ケインズ派は、それ以前から中央銀行は名目利子率をコントロールすべきであると主張していた。そのような主張は、内生的貨幣供給理論と呼ばれている。内生的貨幣供給理論の系譜とニュー・コンセンサス・マクロ経済学の相違についての詳細な議論は、鍋島 (2017) 第 4 章を参照。但し、物価が硬直的な短期においては、 IS 曲線の定式化に大きな相違はないと思われる。詳細は、二宮 (2008)(2018) を参照。

*³ このような非線形経済動学の比較的初期の論文を集めたものとして Jarsulic(1993) がある。Kaldor(1940) や Goodwin(1967) もこの中に収録されている。

*⁴ 金融不安定性仮説については、二宮 (2018) が簡潔な解説を行っている。

景気後退に有効な処方箋を提示できなかったケインズ経済学の退潮と軌を同じくして新古典派経済学、新しい古典派から厳しい批判に晒されることになる*⁵。しかしながら、 $IS \cdot LM$ モデルはポスト・ケインズ派マクロ動学モデルの基礎となっているということは疑いの余地はない。そして、様々な批判に晒されながらも、少なくとも短期のマクロ経済学の基本モデルとしては現在もなお受け入れられている。

本稿では、ケインズ派の基本モデルである $IS \cdot LM$ モデル、2次元の簡単なポスト・ケインズ派のマクロ動学モデル、その分析手法や数値シミュレーションの方法等を概観する。そして、改善が必要であるものの、 $IS \cdot LM$ モデルが資本主義経済における内生的な循環や不安定性を論じるポスト・ケインズ派マクロ動学モデルによる分析の基礎として位置づけられ、教育ツールとしても必要不可欠なものであることを示す。そして、Hopf の分岐定理による閉軌道の存在証明や数値シミュレーション等、非線形経済動学の分析手法の展開を簡潔に示し、ポスト・ケインズ派マクロ動学分析の手法としての有用性を論じる*⁶。

本稿の構成は、以下のようなものである。第2節では、 $IS \cdot LM$ モデルを図により導出し、その動学モデルとの関係を説明する。第3節では、ポスト・ケインズ派の代表的なマクロ動学モデルであるカルドア型循環モデルを取り上げ、閉軌道の存在証明とその数値シミュレーションの方法を説明し、その特徴を整理する。第4節はまとめである。

2 $IS \cdot LM$ モデル

ポスト・ケインズ派マクロ動学モデルには、カルドア型循環モデル、グッドウィン・モデル、カレツキアン・モデル等、様々な類型があるが、その基礎となっているのは、経済の需要面を重視する $IS \cdot LM$ モデルであることには疑いの余地はない。 $IS \cdot LM$ モデル

*⁵ その代表は、ルーカス批判と呼ばれるものである。Barro(1994) は、ケインズ経済学に基づく $AD \cdot AS$ モデル ($IS \cdot LM$ モデル) は、大学において教える必要のないものであると論じている。それに対する、反論は Dutt and Skott(1996) により行われている。この他、岩本・大竹・斎藤・二神 (1999) では $IS \cdot LM$ モデルの限界が指摘され、ケインズ経済学を動学化したハロッド・ドーマー・モデルは、日本のマクロ経済学の教科書から消滅すると論じている。それは、そのモデルが主張する不安定な成長経路が現実には観察されていないという理由からである。他方で、ホリオカ・伊藤・岩本・大竹・塩路・林 (2007) は、教育ツールとして、 $IS \cdot LM$ モデルを肯定的に評価している。

浅田 (2007) は、岩本・大竹・斎藤・二神 (1999) の $IS \cdot LM$ モデル批判に対する反論を行っている。White(2010) は、新古典派とニュー・ケインジアンが依拠する動学的確率的一般均衡モデルは、深刻な不況の状況を排除したモデルであると論じ、ミンスキーの金融不安定性仮説を高く評価している。

*⁶ 本稿は、ポスト・ケインズ派マクロ動学モデルによる資本主義経済の分析に興味を持つ学部上級生、大学院生への分析手法の解説でもある。ポスト・ケインズ派マクロ動学モデルの分析手法を学部レベルから大学院レベルへ橋渡しする試みは非常に少ない。

は、ケインズ経済学を最も単純化したものとして、様々な批判を受けつつも、マクロ経済学の導入教育では現在もなお広く受け入れられている。IS・LMモデルは、財市場の均衡を表すIS曲線と、貨幣市場の均衡を表すLM曲線、

$$Y = C(Y) + I(i) + G, \quad 0 < C_Y < 1, I_i < 0, \quad (1)$$

$$\frac{M}{p} = L(Y, i), \quad L_Y > 0, L_i < 0, \quad (2)$$

で構成される。ここで、 C ：消費、 L ：貨幣需要、 i ：利子率、 G ：政府支出、 M ：名目貨幣供給量、 p ：物価水準、である。ここで、 C_Y は限界消費性向、 L_Y は貨幣の取引需要に基づく貨幣需要、 L_i は投機的動機に基づく貨幣需要を表している。貨幣需要が利子率に依存するという考え方は、流動性選好説と呼ばれているケインズ派の利子論を構成する。また、IS・LMモデルは、価格の硬直性が仮定されており、名目貨幣供給量の変化は所得 Y を変化させる。また、所得 Y は完全雇用を保障するものではない。

ここで、消費関数 C 、投資関数 I をそれぞれ、

$$C = C(Y) = cY + C_0, \quad (3)$$

$$I = I(i) = I_0 - I_1 i, \quad (4)$$

とする。ここで、 c ：限界消費性向、 C_0 ：基礎消費、 I_0 ：独立投資、 I_1 ：投資の利子弾力性、である。

IS曲線は、財市場の均衡、

$$Y = C + I + G, \quad (5)$$

を満たす所得 Y と利子率 i の組み合わせである。(5)を書き換えれば、

$$S(= Y - C) = I + G, \quad (5')$$

が得られる。

さらに、(3)を考慮すれば、貯蓄関数 S 、

$$S(= Y - C) = (1 - c)Y - C_0, \quad (6)$$

が得られる。

IS曲線は、財市場の均衡(5')を満たす所得と利子率の組み合わせなので、(4)(6)を考慮すれば、図1のようにIS曲線を導出することができる。また、政府支出 G の増加はIS曲線を右方にシフトさせる。

図1を挿入

さらに、取引動機に基づく貨幣需要 L_1 、投機的動機に基づく貨幣需要 L_2 をそれぞれ、

$$L_1 = l_1 Y, \quad (7)$$

$$L_2 = l_0 - l_2 i, \quad (8)$$

とすれば、(2) の LM 曲線は、

$$\frac{M}{p} = L_1 + L_2 = l_0 + l_1 Y - l_2 i, \quad (9)$$

と表すことができる。

(7)(8)(9) を考慮すれば、図 2 のように LM 曲線を導出することができる。また、名目貨幣供給量 M の増加は、 LM 曲線を下方にシフトさせる。

図 2 を挿入

均衡の所得 Y^* 、利子率 i^* は、図 3 のように、 IS 曲線と LM 曲線の交点で決定される。 Y^F は、完全雇用を満たす所得水準である。政府支出 G の増加、名目貨幣供給量 M の増加は均衡の所得 Y^* を増加させ、完全雇用を達成できることが分かる。

図 3 を挿入

$IS \cdot LM$ モデルにおける均衡点への収束過程、すなわち、所得 Y と利子率 i の動態は、

$$\dot{Y} = \alpha[C + I + G - Y], \quad \alpha > 0, \quad (10)$$

$$\dot{i} = \beta[L - (M/p)], \quad \beta > 0, \quad (11)$$

と想定される。ここで、 α :財市場の調整パラメータ、 β :貨幣市場の調整パラメータ、である。

(10) は、財市場の不均衡が数量調整（所得 Y の調整）により行われることを示している。また、(11) は、利子率 i が貨幣市場において調整されるということを示している。これは、貨幣市場の均衡＝債券市場の均衡、という資産市場のワルラス法則がその前提となっているという点に注意が必要である。貨幣市場の需給均衡を達成するように利子率が調整されるという考え方は、流動性選好説と呼ばれている。

他方で、置塩 (1986) や二宮 (2006) 等は、利子率 i が債券市場の均衡、

$$EB = -(EX + EM) = -(C + I - Y + L - M) = 0, \quad (12)$$

で決定されると想定する。ここで、 EB :債券の超過需要、 EX :財の超過需要、 EM :貨幣の超過需要、である。(12) のような債券市場により利子率が決定するという考え方に基

づけば、当然のことながら利率の動態は ($S_a.1.2$) とは異なるということに注意が必要である。債券市場で利率が決定されると考えるマクロ経済モデルは、置塩 (1986) により $IS \cdot BB$ モデルと呼ばれている*7。

(10) を考慮すれば、図 1 の A 点、B 点を含む領域は、それぞれ

$$S > I + G \Leftrightarrow Y > C + I + G \Leftrightarrow \dot{Y} < 0 \quad (\text{A 点})$$

$$S < I + G \Leftrightarrow Y < C + I + G \Leftrightarrow \dot{Y} > 0 \quad (\text{B 点})$$

を表している。つまり、A 点を含む領域は財市場が超過供給、B 点を含む領域は財市場が超過需要である。 IS 曲線は財市場の均衡を満たす所得と利率の組み合わせなので、 IS 曲線上では $\dot{Y} = 0$ である。第 1 象限で A 点に対応するのは、A' 点であり、B 点に対応するのは B' 点である。従って、図 1 のように、A' 点を含む領域では Y が減少 ($\dot{Y} < 0$) し、B' 点を含む領域では Y が増加 ($\dot{Y} > 0$) するということである。

他方で、(11) を考慮すれば、図 2 の C 点、D 点を含む領域は、それぞれ、

$$\frac{M}{p} > L \Leftrightarrow \dot{i} < 0 \quad (\text{C 点})$$

$$\frac{M}{p} < L \Leftrightarrow \dot{i} > 0 \quad (\text{D 点})$$

を表している。つまり、C 点を含む領域は貨幣市場が超過供給、D 点を含む領域は貨幣市場が超過需要である。 LM 曲線は貨幣市場の均衡を満たす所得 Y 利率 i の組み合わせなので、 LM 曲線上では $\dot{i} = 0$ である。第 1 象限で C 点に対応するのは、C' 点であり、D 点に対応するのは D' 点である。従って、図 2 のように、D' 点を含む領域では i が低下 ($\dot{i} < 0$) し、D' 点を含む領域では i が上昇 ($\dot{i} > 0$) するということである。

$IS \cdot LM$ モデルの動学体系は、

$$\dot{Y} = \alpha[C(Y) + I(i) + G - Y], \quad \alpha > 0, \quad (S_a.1)$$

$$\dot{i} = \beta[L(Y, i) - (M/p)], \quad \beta > 0, \quad (S_a.2)$$

と定式化される。

動学体系 (S_a) の所得 Y と利率 i の動態は、図 4 で表される。動学体系 (S_a) では、均衡点から乖離した場合には循環しながら均衡点に収束することが分かる。このように均

*7 均衡点は、 $IS \cdot LM$ モデルと $IS \cdot BB$ モデルで同じである。 $IS \cdot BB$ モデルは、 $EX + EB + EM = 0$ というワルラス法則に基づいているが、これは中央銀行、市中銀行、企業、家計の予算制約式から導出することができる。この点に関する詳細な説明は、二宮 (2006) を参照。このようなワルラス法則に基づくマクロ経済学のテキストとして、中谷・菊本・佐藤・佐藤・塩田 (2009)、三野 (2013) 等がある。

均衡点に収束するケースを、動学体系が安定であると言う。他方で、均衡点から乖離した場合に、均衡点に収束しないケースを動学体系は不安定であると言う。

図 4 を挿入

動学体系 (S_a) は安定であるが、それを数学的に証明しよう。ここで、 $\alpha = \beta = 1$ とする。均衡点で評価された動学体系 (S_a) のヤコビ行列は、

$$J_a = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$f_{11} = C_Y - 1 < 0, \quad f_{12} = I' < 0, \quad f_{21} = L'_1 > 0, \quad f_{22} = L'_2 < 0, \quad (14)$$

である。そして、その特性方程式は、

$$\lambda^2 + a_1\lambda + a_2 = 0, \quad (15)$$

であり、

$$a_1 (= -f_{11} - f_{22}) = -(C_Y - 1) - L'_2 > 0, \quad (16)$$

$$a_2 (= f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21}) = (C_Y - 1)L'_2 - I'L'_1 > 0, \quad (17)$$

である。

(16)(17) を見れば分かるように、 $a_1 > 0$ 、 $a_2 > 0$ であり、Routh-Hurwitz の条件が満たされている*8。故に、動学体系 (S_a) は局所的に安定であり、均衡点に収束することが分かる*9。

均衡点に収束する場合、外生変数である政府支出 G や名目貨幣供給量 M の変化による内生変数である所得 Y (と利子率 i) の変化を導出することができる。 $\dot{Y} = 0$ 、 $\dot{i} = 0$ とし、動学体系 (S_a) を全微分して行列表示すれば、

$$\begin{bmatrix} 1 - C_Y & -I_Y \\ -L'_1 & -L'_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ di \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} dG + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/p \end{bmatrix} dM, \quad (18)$$

が得られる。Cramer の公式より*10、

$$\frac{dY}{dG} = \frac{1}{a_2} \begin{vmatrix} 1 & -I_Y \\ 0 & -L'_2 \end{vmatrix} = -\frac{1}{a_2} L'_2 > 0, \quad (19)$$

*8 $a_1 = -(\lambda_1 + \lambda_2)$ 、 $a_2 = \lambda_1\lambda_2$ である。故に、Routh-Hurwitz の条件が満たされるとき、連立微分方程式の特性根は、 $\lambda_1 < 0$ 、 $\lambda_2 < 0$ であり、均衡値に収束する。詳細は、Chiang and Wainwright (2005) 等を参照。

*9 3 次元の Routh-Hurwitz の条件については、Gandolfo(1996)、二宮 (2006)、Ninomihya and Tokuda(2012) 等を参照。4 次元の Routh-Hurwitz の条件については、Gandolfo(1996)、Asada and Yoshida(2003)、Asada(2006)、Yoshida and Asada(2007) 等を参照。

*10 Cramer の公式については、Chiang and Wainwright(2005) を参照。

$$\frac{dY}{dM} = \frac{1}{a_2} \begin{vmatrix} 0 & -I_Y \\ -1/p & -L'_2 \end{vmatrix} = -\frac{1}{a_2 p} I_Y > 0, \quad (20)$$

である。故に、政府支出 G の増加、名目貨幣供給量 M の増加が、均衡所得 Y^* を増加させることが導出できる。

3 内生的景気循環論と数値シミュレーション

ポスト・ケインズ派マクロ動学モデルの一つであるカルドア型循環モデルは、動学体系 (S_a) を基礎としている^{*11}。利子率 i は速やかに調整されると想定され、貨幣市場の均衡 ($(M/p) = L(Y, i)$) より、

$$i = i(Y, M), \quad i_Y > 0, \quad i_M < 0, \quad (21)$$

が得られる。但し、 $p = 1$ を仮定している。(21) は LM 方程式である。

資本ストック K の動態は、

$$\dot{K} = I(Y, i, K) \quad (22)$$

と定式化される。

(3)(4)(5)(21)(22) を整理すれば、以下の動学体系 (S_b)、

$$\dot{Y} = \alpha [C(Y) + I(Y, i(Y, M), K) + G - Y], \quad \alpha > 0, \quad (S_b.1)$$

$$\dot{K} = I(Y, i(Y, M), K) \quad (S_b.2)$$

が得られる。

カルドア型循環モデル (動学体系 (S_b)) では、動学体系 (S_a) とは異なり、以下の仮定、

$$I_Y + I_i i_Y > 1 - C_Y, \quad (23)$$

が置かれる。この仮定は、所得 Y の投資 I に対する直接的効果 (I_Y) に利子率 i を通じた間接的効果 ($I_i i_Y$) を加えたものが限界貯蓄性向 ($1 - C_Y$) を上回ることを示している。つまり、財市場は不安定であるということである^{*12}。

^{*11} カレツキアン・モデルにおいても、稼働率が財市場において超過需要であるときには上昇し、超過供給にあるときには低下すると定式化されている (Lavoie(2006))。但し、カルドア型循環モデルとは異なり、短期均衡は安定であることが仮定されている。佐々木 (2011) は、カレツキアン・モデルを短期、中期、長期という時間的視野で概観したサーベイ論文である。二宮 (2018) は、金融の不安定性という観点から、負債荷重を導入したカレツキアン・モデルを中心にその特徴を他の金融不安定性のマクロ動学モデルと対比して検討している。

^{*12} カルドア型循環モデルでは、在庫調整により財市場の短期的均衡は達成されていると想定されている。

動学体系 (S_b) のヤコビ行列は

$$J_b = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$g_{11} = \alpha[I_Y + I_i i_Y - (1 - C_Y)], \quad g_{12} = \alpha I_K < 0 \quad g_{21} = I_Y + I_i i_Y, \quad g_{22} = I_K < 0,$$

である。そして、その特性方程式は、

$$\lambda^2 + b_1 \lambda + b_2 = 0 \quad (25)$$

であり、

$$b_1 (= -g_{11} - g_{22}) = -\alpha[I_Y + I_i i_Y - (1 - C_Y)] - I_K, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} b_2 (= g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}) &= \alpha[I_Y + I_i i_Y - (1 - C_Y)]I_K - \alpha I_K(I_Y + I_i i_Y) \\ &= -\alpha(1 - C_Y)I_K > 0, \end{aligned} \quad (27)$$

である。

ここで、

$$\alpha_{b0} = -\frac{I_K}{I_Y + I_i i_Y - (1 - C_Y)} > 0 \quad (28)$$

とすれば、財市場の調整速度 α を分岐パラメーターとし、 $\alpha = \alpha_{b0}$ の近傍のある範囲において Hopf の分岐定理を適用して閉軌道の存在を証明することができる*¹³。その循環のメカニズムは、所得 Y の増加が資本ストック K を増加させ、その増加が投資 I を抑制することによって景気が反転するというものである。

$$Y \uparrow \Rightarrow K \uparrow \Rightarrow I \downarrow \Rightarrow Y \downarrow$$

つまり、不安定的な財市場に、資本ストック K の増加が投資 I を抑制するという安定化効果が働いているということである。

カルドア型循環モデルを応用し、ミンスキーが重視した負債の動態を導入したものに Ninomiya(2017a) がある*¹⁴。Ninomiya(2017a) は、動学体系 (S_c) において数値計算ソフト Mathematica を利用した数値シミュレーションを提示している。ここでは、その方法を説明しよう。

Ninomiya(2017a) では、消費関数、投資関数が、それぞれ、

$$C = c(1 - \theta)Y + C_0 = 0.6(1 - 0.7)Y + 15, \quad (29)$$

$$I = g_1 Y - g_2 i D - g_0 = 2Y - 3D - 35, \quad (30)$$

*¹³ Hopf の分岐定理については、Asada(1995)、Gandolfo(1997)、二宮 (2006) 等を参照。

*¹⁴ Ninomiya(2017b) は、Ninomiya(2017a) を開放体系に拡張したものである。

と特定化される。ここで、 $c(= 0.6)$:限界消費性向、 $\theta(= 0.7)$:利潤シェア、 $C_0(= 15)$:基礎消費、である。 $-g_0(= -35)$ は資本減耗分である。また、 $i = 1$ が仮定されている。

さらに、負債 D の動態が、

$$\dot{D} = I - (\theta Y - iD), \quad (31)$$

と想定される。(31)は、利潤 θY から利払い iD を差し引いた内部留保でファイナンスできない投資 I を負債 D の増加でファイナンスするというを示している。

$G = 20$ とし、(5)(29)(30)(31)を考慮すれば、動学体系 (S_d)、

$$\dot{Y} = \alpha[1.18Y - 3D + 10], \quad \alpha > 0, \quad (S_c.1)$$

$$\dot{D} = 1.3Y - 2D - 35 \quad (S_c.2)$$

が得られる。

さらに、Ninomiya(2017a)は、Nishi(2012)に従い、ミンスキーが重視したヘッジ金融、投機的金融、ポンツィ金融という金融レジームを

$$\theta Y \geq \dot{D} + iD \quad (\text{ヘッジ金融}) \quad (32)$$

$$\theta Y \geq iD \quad (\text{投機的金融}) \quad (33)$$

$$\theta Y < iD \quad (\text{ポンツィ金融}) \quad (34)$$

と定義する。例えば、ヘッジ金融は、利潤 θY が負債の増加 (\dot{D}) と利払い iD を上回っていることを示している。

$\theta = 0.7$ 、 $i = 1$ 、(31)を考慮すれば、

$$D \leq 0.6Y - 35 \quad (\text{ヘッジ金融}) \quad (35)$$

$$D \leq 0.7Y \quad (\text{投機的金融}) \quad (36)$$

$$D > 0.7 \quad (\text{ポンツィ金融}) \quad (37)$$

が得られる。

ここで、 Y 、 D の初期値をそれぞれ $Y(0) = 80$ 、 $D(0) = 10$ 、 $\alpha = 1.695$ であると想定する。そして、Mathematica を起動し、以下のように入力する。但し、負債 D は x に読み替える。

```
sol = NDSolve[{Y'[t] == 1.695 * (1.18 * Y[t] - 3 * x[t] + 10),
x'[t] == 1.3 * Y[t] - 2 * x[t] - 35, Y[0] == 80, x[0] == 10},
{Y[t], x[t]}, {t, 0, 100}];
gr1 = ParametricPlot[Evaluate[{Y[t], x[t]}/.sol], {t, 0, 100}]
```

```

gr2 = Plot[{0.6Y[t] - 35}, {Y[t], 0, 180}]
gr3 = Plot[0.7Y[t], {Y[t], 0, 180}]
gr4 = Plot[Evaluate[Y[t]/.sol], {t, 0, 100}]
Show[gr1, gr2, gr3]

```

ここで、NDSolve[...]は、動学体系 (S_d) を初期値 $Y(0) = 80$ 、 $x(0) = 10$ 、時間 t が 0 から 100 まで計算させるコマンドである。また、gr1=ParametricPlot[...]は、その計算したもの (sol) を Y - x 平面で表示させるコマンドである。さらに、gr2=Plot[...]は (35) のヘッジ金融の境界線を、gr3=Plot[...]は (36)(37) の投機的金融とポントツィ金融の境界線を、gr4=Plot[,,]は計算した時間の経過に伴う所得 Y の変化を表示させるコマンドである。Show[gr1,gr2,gr3]は、gr1、gr2、gr3を同一平面で表示させるコマンドである。

「Shift+Enter」により実行すれば、図 5-1 のように閉軌道 (リミットサイクル) が得られる。図 5-2、図 5-3 は、それぞれヘッジ金融の境界線、投機的金融とポントツィ金融の境界線である。図 5-4 は、時間の変化による所得 Y の変化を表している。図 5-5 は、リミットサイクルにヘッジ金融の境界線、投機的金融とポントツィ金融の境界線を重ねて表したものである^{*15}。

これは、一つの金融的な経済の循環を表している。つまり、所得 Y の増加に伴って負債 D が増加し、その増加が投資 I を減少させることによって所得 Y が減少に転じるということである^{*16}。そして、この循環の過程において、金融レジームは、ヘッジ金融から投機的金融、ポントツィ金融へと変化していることが分かる。

図 5 を挿入

比較的多くのポスト・ケインズ派マクロ動学分析において、数学的な閉軌道の存在証明に加えて数値シミュレーションが行われている。数値シミュレーションは、諸変数の動態を明確し、その相互関係が理解しやすくなるという利点もあると思われる。例えば、二宮・得田 (2011) では、確信の状態を導入した金融不安定性のマクロ動学モデルにおいて、景気循環のピークにおいて所得が下落するにも関わらず、利率率が上昇する局面が存在することを数値シミュレーションにより示している^{*17}。

^{*15} α の値を小さくすれば動学体系は安定となり、所得 Y は均衡値に収束する。逆に、 α の値を大きくすれば動学体系は不安定となり、所得 Y は循環しながら発散することが分かる。

^{*16} Ninomiya(2017a) は、財市場が安定的に作用している場合、言い換えれば、金融的側面が経済を不安定化させている場合にも同様の金融的な経済の循環が発生することを示している。

^{*17} 二宮・得田 (2011) では、構造 VAR モデル等を適用した実証分析も行われている。この他、同様の問題意識で理論的実証的研究を行ったものとして、Ninomiya and Tokuda(2012)、Ninomiya and Tokuda(2017a)、二宮・得田 (2017b) がある。

閉軌道の存在を証明する初期の研究では、Poincare-Bendixson の定理や Lotka-Volterra 型微分方程式を適用したものが殆どであった。例えば、カルドア型循環モデルでは、Chang and Smyth(1971)、Akashi and Asada(1985) 等がある。グッドウィン・モデルでは、Desai(1973)、Desai and Shah(1981)、Di Matteo (1984)、Asada(1989) 等がある。その他、Schinasi (1981)(1982) 等も Poincare-Bendixson の定理を適用して、閉軌道の存在を証明している。

他方で、Torre(1977) 等、本稿で検討したような 2 次元のマクロ動学モデルにおいて Hopf の分岐定理を適用した研究も見られるようになる。Semmler(1987) は、ミンスキーの金融不安定性仮説を単純なマクロ動学モデルに展開した Taylor and O'Connell(1985) を発展させた金融的循環モデルを提示している^{*18}。この他、Benhabib and Miyao(1981) 等がある。

3 次元の動学体系を検討したものは多くみられたが、動学的安定性を検討したものが殆どであった。また、4 次元以上の動学体系による研究もあるが、それらは少なくとも不安定となる条件を導出するに留まっているものが多かったように思われる。それは、4 次元以上であっても、少なくとも不安定であることを証明するためには、trace が正となる条件を導けば良いからである。

マクロ動学モデルの数値シミュレーションは、一般にコンピューターが普及し始めてからである。数値シミュレーションを行った初期の研究として、置塩 (1988)、Okishio(1992) がある。置塩 (1988)、Okishio(1992) で用いられている数値シミュレーションは BASIC によるものである。BASIC による数値シミュレーションは、プログラム言語の修得が必要であったため、誰もが容易にできるものではなかったと思われる。

近年の研究では、3 次元や 4 次元の動学体系において、Hopf の分岐定理を適用して閉軌道の存在が数学的に証明されている。コンピューターや数値計算ソフトの発達により、ポスト・ケインズ派マクロ動学分析においても数値シミュレーションを行うことが一般的なものになり、それにより閉軌道の存在が確認されている。このようなマクロ動学モデルは、高次元動学的ケインジアンモデル (High-dimensional dynamic Keynesian model) と呼ばれ、非常に多くの研究が蓄積されている。

3 次元のマクロ動学モデルで閉軌道の存在を証明した著者自身の研究として、二宮 (2007a)(2015)(2018)、Ninomiya(2007b)(2016) 等がある。この他、Asada(1991)、Zhang(1990)、Sasakura(1994)、Asada(1995)、Yosida(1999)、Ryoo (2013)、Sasaki(2013)、

^{*18} Taylor and O'Connell(1985) においても、Hopf の分岐定理を適用することによって、閉軌道の存在を証明することができる。

Sasaki and Fujita(2014) 等、非常に多くの研究において、Hopf の分岐定理を適用して閉軌道の存在が証明され、景気循環が検討されている。ミンスキーの金融不安定性仮説が内生的な金融的景気循環論であることから、負債荷重の動態等の金融的要素をカルドア型循環モデルやグッドウィン・モデル、カレツキアン・モデルに導入した研究も多くみられる。

4次元のマクロ動学モデルにおける Hopf の分岐定理による閉軌道の存在証明の方法を示したものとして、Asada and Yoshida(2003) がある。そして、4次元の閉軌道の存在を証明した最近の研究として、Asada(2006)、Murakami(2014)、Murakami and Asada(2018) 等がある。Asada and Yoshida(2003) の研究以降、4次元のマクロ動学モデルによる閉軌道の存在を証明する研究が多く見られるようになっている^{*19}。

5次元のマクロ動学モデルにおける Hopf の分岐定理による閉軌道の存在証明の方法は、Douskos and Markellos(2015) により提示されている。5次元のポスト・ケインズ派マクロ動学モデルによる閉軌道の存在証明をした研究は殆ど見られないが、今後多くの研究が生み出されることが予想される。この他、カタストロフィー理論やカオス理論等を適用したポスト・ケインズ派マクロ動学モデルもある。例えば、Skott(1994)、Yoshida and Asada(2007) 等の研究がそれである。

Hopf の分岐定理を適用した諸研究とは別に、利払いや配当などを考慮し、経済主体の行動方程式を定式化して負債荷重型や負債主導型の成長を論じるストック・フロー・コンシステント・モデル (SFC モデル) が提示されている^{*20}。SFC モデルにおいても、数値シミュレーションが用いられている。また、企業間ネットワーク等を考慮した諸研究においても、経済主体の行動方程式を定式化して数値シミュレーションを行うことにより、興味深い研究が行われている (Agent-Based モデル)^{*21}。但し、これらの諸研究では、動学的安定性や循環が必ずしも Routh-Hurwitz の条件や、Hopf の分岐定理により証明、検討されているわけではない。先にも述べたように、Routh-Hurwitz の条件による安定性の証明や Hopf の分岐定理による閉軌道の存在証明は、扱える変数が増えたとは言え、その拡張には限界がある。数値シミュレーションによる分析は、そのような限界を補うとともに

^{*19} それ以前の 4次元のマクロ動学モデルにおいて、閉軌道の存在を証明したものとして、Franke and Asada(1994) がある。

^{*20} Dos Santos and Zeeza(2008) 等、多くの研究がある。大野・西 (2011) は、SFC モデルに関するサーベイ論文である。

^{*21} 例えば、Delli Gatti, Gallegati, Greenwald, Russo, Stiglitz (2010) 等がある。このようなモデルについては、制度的経済動学研究会 (ポスト・ケインズ派経済学研究会と共催) における浅沼大樹氏 (旭川大学) の報告 (浅沼 (2016)) が非常に参考になった。また、ニュー・ケインジアン等の主流派経済学においても、数値シミュレーションによる解析が一般的なものとなっている。この点については、滋賀大学経済学部リスク研究センターセミナーでの青木浩介氏 (東京大学) の報告 (青木 (2017)) が非常に参考になった。

に、より複雑な想定による分析を可能にする。

以上概観したように、資本主義経済に内在する不安定性や循環を理解するために、ポスト・ケインズ派マクロ動学モデルは非常に有用であり、数値シミュレーションによる分析はその分析の幅を大きく広げるものであると考えられる。

4 おわりに

本稿では、ケインズ派の基本モデルである $IS \cdot LM$ モデル、2次元の簡単なポスト・ケインズ派のマクロ動学モデルを概観し、その分析手法や数値シミュレーションの方法等を概観した。 $IS \cdot LM$ モデルは、新古典派経済学、新しい古典派からの厳しい批判に晒されたが、現在においてもポスト・ケインズ派マクロ動学モデルの基礎と位置付けられるものである。そして、Hopf 分岐定理による閉軌道の存在証明や数値シミュレーション等、非線形経済動学の分析手法は、資本主義経済における内生的な循環や、不安定性を論じるポスト・ケインズ派マクロ動学モデルによる分析に必要不可欠なものである。

閉軌道の存在を証明する初期の研究では、Poincare-Bendixson の定理や Lotka-Volterra 型微分方程式を適用したものが殆どであった。その後、本稿で検討したような 2次元のマクロ動学モデルで Hopf の分岐定理を適用した研究が見られ、最近の研究では、3次元、4次元のマクロ動学モデルによる分析が多く行われている。ポスト・ケインズ派マクロ動学分析の方法は大きく進歩しており、それらの分析手法の修得はポスト・ケインズ派マクロ経済動学分析には必須のものである。また、本稿では検討されていないが、新古典派や新しい古典派の分析でも多用されている最大値原理を用いた分析手法は、ポスト・ケインズ派マクロ動学分析においても用いられており、軽視すべきものではない*22。

また、コンピューターや数値計算ソフトの著しい進歩により、ポスト・ケインズ派マクロ動学分析でも数値シミュレーションを行われ、閉軌道の存在を確認することが一般的になってきた。SFC モデルや Agent-Based モデル等、必ずしも Routh-Hurwitz の条件や

*22 例えば、Asada and Semmler(1995) 等が挙げられる。Asada and Semmler (1995) は、企業の負債荷重を導入し、企業行動の動学的最適化から経済の循環を論じている。但し、新古典派経済学や新しい古典派の源流となっているラムゼイ・モデルは、家計の動学的最適化として定式化されている。ラムゼイ・モデルでは、貯蓄=投資、が仮定されており、需要を重視するポスト・ケインズ派とは明らかに異なっている。新古典派経済学、新しい古典派との比較してカルドア型循環モデルの特徴を検討したものとして、二宮 (2011)(2018) がある。この他、新古典派経済学、新しい古典派のマクロ動学モデルを批判的に検討したものとして、都築 (2011) 等がある。

しかしながら、我々は経済における供給面の役割や外生的ショックによる景気循環の発生を否定しているわけではない。そのような要素を取り入れたポスト・ケインズ派マクロ動学モデルの構築は今後の検討課題である。

Hopf の分岐定理を適用しない、数値シミュレーションを主体とした動学分析も行われるようになってきている。数学的分析には限界もあり、数値シミュレーションの役割は増加することが予想される。そのような分析手法の修得、及びそれを発展させることもまた必要不可欠である。但し、理論のない実証分析がそうであるように、理論のない数値シミュレーションは説得力に欠けると思われる。

また、本稿では内生的景気循環モデルとしてカルドア型循環モデルのみを説明したが、グッドウィン・モデルの他にも長期に焦点を当てたカレツキアン・モデルの研究が活発に行われている。特に、負債荷重の動態等を導入したカレツキアン・モデルの展開が多く行われている。それらのモデルでは同様の分析手法が用いられているが、問題意識や観点は異なっており多様なモデルを検討することもまた重要であることは言うまでもない。

参考文献

- [1] Akashi,S.and T.Asada (1986): 'Money in Kaldorian Cycle Theory', 『経済研究』第 37 巻第 2 号, pp.169-177.
- [2] 青木浩介 (2017) 「Monetary and Financial Policies in Emerging Markets-新興国のための金融政策と金融規制」滋賀大学経済学部リスク研究センターセミナー報告 (2017/7/6)。
- [3] Asada, T. (1989):' Monetary Stabilization Policy in a Keynes–Goodwin Model of the Growth Cycle. In: Semmler, W. (Ed.),*Financial Dynamics and Business Cycles: New Perspectives*. M.E. Sharpe, Armonk, NY, pp. 145–167.
- [4] Asada, T. (1991):' On a Mixed Competitive-Monopolistic Macrodynamical Model in a Monetary Economy', *Journal of Economics*, 54, pp.33–53.
- [5] Asada,T. (1995): 'Kaldorian Dynamics in an Open Economy', *Journal of Economics*, 62(3), pp.239-69.
- [6] Asada, T. (2006): 'Stabilization Policy in a Keynes-Goodwin Model with Debt Accumulation', *Structural Change and Economic Dynamics*, 17, pp.466-85.
- [7] 浅田統一郎 (2007) 「デフレ不況と金融政策-実践的マクロ経済学としてのケインズ経済学の立場から」野口編『経済政策形成の研究-既得観念と経済学の相克』ナカニシヤ出版, pp.249-287.
- [8] Asada, T. and W. Semmler (1995): 'Growth and Finance:An Intertemporal Model', *Journal of Macroeconomics*,17, pp.623-649.
- [9] Asada, T. and H. Yoshida (2003): 'Coefficient Criterion for Four-Dimensional

- Hopf Bifurcations: A Complete Mathematical Characterization and Applications to Economic Dynamics', *Chaos, Solitons and Fractals*, 18(3), pp. 525–536.
- [10] 浅沼大樹 (2016) 「A Study on the Relationship between Productivity Improvement and Macroeconomic Performance」制度的経済動学セミナー (京都大学) (2016/4/16)
- [11] Barro, R. (1994): 'The Aggregate Supply-Aggregate Demand Model', *Eastern Economic Journal*, 20, pp.1-6.
- [12] Benhabib, J. and T. Miyao (1981): 'Some New Results on the Dynamics of the Generalized Tobin Model', *International Economic Review*, 22, pp.589-596.
- [13] Chiang, A.C. and K. Wainwright (2005): *Fundamental Methods of Mathematical Economics* (Fourth ed.) McGraw-Hill, Inc. (小田・高森・森崎・森平訳『現代経済学の数学基礎 (上)(下)』シーエーピー出版、2010年。)
- [14] Chang, W. and D. Smith (1971): 'The Existence and Persistence of Cycles in a Nonlinear Model', *Review of Economic Studies*, 38, pp.37-44.
- [15] Delli Gatti, D, M. Gallegati, B. Greenwald, A. Russo, and J. E. Stiglitz (2010): 'The Financial Accelerator in an Evolving Credit Network', *Journal of Economic Dynamics & Control*, 34, pp.1627-1650.
- [16] Desai, M. (1973): 'Growth Cycles and Inflation in a Model of the Class Struggle', *Journal of Economic Theory*, 6, pp.527-545.
- [17] Desai, M. and A. Shah (1981): 'Growth Cycles with Induced Technical Change', *Economic Journal*, 91, pp.1006-1010.
- [18] Di Matteo, M. (1984): 'Alternative Monetary Policies in a Classical Growth Cycle', Goodwin, R.M., Kruger, M. and Vercelli, A., (eds.), *Nonlinear Models of Fluctuating Growth*, pp.14-24.
- [19] Dutt, A.K. and P. Skott, (1996): 'Keynesian Theory and the Aggregate Supply/Aggregate Demand Framework: A Defense', *Eastern Economic Journal*, 22, pp.313-331.
- [20] Dos Santos, H.C. and G. Zezza (2008): 'A Simplified, 'Benchmark', Stock-Flow Consistent Post Keynesian Growth Model', *Metroeconomica*, 59(3), pp.441-478.
- [21] Douskos, C. and P. Markellos (2015): 'Complete Coefficient Criteria for Five-Dimensional Hopf Bifurcations, with an Application to Economic Dynamics', *Journal of Nonlinear Dynamics*, 2015, pp.1-15. (<http://dx.doi.org/10.1155/2015/278234>.)
- [22] Franke, R. and T. Asada (1994): 'A Keynes–Goodwin Model of the Business

- Cycle', *Journal of Economic Behavior and Organization*, 24, pp.273–295.
- [23] Goodwin, R. M.(1967): 'A Growth Cycle', Feinstein, C.H.(ed.), *Socialism, Capitalism, and Economic Growth: Essays Presented to Maurice Dobb*, Cambridge University Press, pp.54-58.
- [24] 岩本康志・大竹文雄・斎藤 誠・二神孝一 (1999)『経済政策とマクロ経済学』日本経済新聞社。
- [25] Jarsulic,M.(ed.)(1993): *Non-Linear Dynamics in Economic Theory*, Edward Elgar, 1993.
- [26] ホリオカ,C.Y.・伊藤隆敏・岩本康志・大竹文雄・塩路悦朗・林文夫 (2007)「マクロ経済学は「失われた 10 年」から何を学んだのか- パネルディスカッション」市村・伊藤・小川・二神編『現代経済学の潮流 2007』東洋経済新報社, pp.217-261.
- [27] Kaldor, N. (1940): 'A Model of the Trade Cycles, *Economic Journal*, 50, pp.78-92.
- [28] Lavoie, M. (2006): *Introduction to Post Keynesian Economics*, Palgrave/Macmillan.(宇仁・大野訳『ポストケインズ派経済学入門』ナカニシヤ出版、2008 年。)
- [29] 三野和雄 (2013)『マクロ経済学』培風館。
- [30] Murakami, H. (2014);'Keynesian Systems with Rigidity and Flexibility of Prices and Inflation–Deflation Expectations', *Structural Change and Economic Dynamics*, 30, pp.68–85
- [31] Murakami, H. (2016): 'Alternative Monetary Policies and Economic Stability in a Medium-term Keynesian Model', *Evolutionary and Institutional Economics Review* 13(2), pp.323-362.
- [32] Murakami,H. and T.Asada (2018): 'Inflation-Deflation Expectations and Economic Stability in a Kaleckian System', *Journal of Economic Dynamics and Control* 92, pp.183-201.
- [33] 鍋島直樹 (2017)『ポスト・ケインズ派経済学』名古屋大学出版会。
- [34] 中谷武・菊本義治・佐藤真人・佐藤良一・塩田尚樹 (2009)『新版・マクロ経済学』勁草書房。
- [35] 二宮健史郎 (2006)『金融恐慌のマクロ経済学』中央経済社。
- [36] 二宮健史郎 (2007a)「寡占経済における金融の不安定性, 循環と所得分配」『金融経済研究』第 24 号, pp.12-25. (二宮 (2018) 所収)
- [37] Ninomiya, K.(2007b): 'Open Economy Financial Instability', *Journal of the Ko-*

- rean Economy*, 8(2), pp.329-55.(二宮 (2018) 所収)
- [38] 二宮健史郎 (2008) 「マクロ経済学の導入教育における諸議論」『経済教育』第 27 号, pp.134-145. (二宮 (2018) 所収)
- [39] 二宮健史郎 (2009) 「負債加重, 金融資産, 及び金融の不安定性」『季刊・経済理論』第 46 巻第 2 号, pp.51-57. (二宮 (2018) 所収)
- [40] 二宮健史郎 (2011) 「ポスト・ケインズ派金融不安定性分析の射程と可能性」『彦根論叢』第 390 巻, pp.148-161. (二宮 (2018) 所収)
- [41] 二宮健史郎 (2015) 「負債荷重, 確信, 金融の不安定性と循環」『季刊・経済理論』第 51 巻第 4 号, pp.85-93. (二宮 (2018) 所収)
- [42] Ninomiya, K. (2016): 'Financial Structure, Financial Instability, and Inflation Targeting', *Evolutionary and Institutional Economics Review*, 13(1), pp.23-36. (二宮 (2018) 所収)
- [43] Ninomiya, K. (2017a): 'Financial Structure, Cycle and Instability', *CRR Discussion Paper*, B-15. Faculty of Economics, Shiga University.
- [44] Ninomiya, K. (2017b): 'Financial Structure and Instability in an Open Economy', *CRR Discussion Paper*, B-16, Faculty of Economics, Shiga University.
- [45] 二宮健史郎 (2018) 『金融不安定性のマクロ動学』大月書店。
- [46] Ninomiya, K. and H. Takami(2018): 'Profit Sharing, Labour Share, and Financial Structure', *Evolutionary and Institutional Economics Review*, 15(1), pp.89-111.
- [47] Ninomiya, K. and M.Tokuda(2012): 'Structural Change and Financial Instability in an Open Economy', *Korea and the World Economy*, 13(1), pp.1-37.
- [48] Ninomiya,K. and M.Tokuda(2017a): 'Financial Instability in Japan: Debt, Confidence, and Financial Structure', *Research in Political Economy*, 32, pp.39-61.
- [49] 二宮健史郎・得田雅章 (2017b) 「金融資産の蓄積による金融化と経済の不安定性」『季刊・経済理論』第 54 巻第 3 号, pp.71-93.
- [50] 置塩信雄 (1986)「利子率, 外国為替率の運動」『国民経済雑誌』第 154 巻第 6 号, pp.49-69.
- [51] 置塩信雄 (1988) 『景気循環』青木書店。
- [52] Okishio,N.(ed.)(1992): *Business Cycles: Theories and Numerical Simulation*, Peter Lang, 1992.
- [53] 大野隆・西洋 (2011) 「カレツキアン・モデルの新しい展開: ストック・フロー・コンシステント・モデル」『季刊・経済理論』第 47 巻第 4 号, pp.6-18.
- [54] Rommer, D. (2000):' Keynesian Macroeconomics without the LM Curve', *Jour-*

- nal of Economic Perspectives*, 14, pp.149-169.
- [55] Ryoo, S.(2013): 'Bank Profitability, Leverage and Financial Instability: A Minsky-Harrod Model', *Cambridge Journal of Economics*, 37, pp.1127-60.
- [56] 佐々木啓明 (2011) 「負債を考慮したカレツキアン・モデルにおける長期分析：金融政策が所得分配と雇用に与える影響」 渡辺編『金融と所得分配』日本経済評論社, pp.223-245.
- [57] Sasaki, H. (2013): ' Cyclical growth in a Goodwin–Kalecki–Marx model', *Journal of Economics*, 108(2), pp.145-171.
- [58] Sasaki,H. and S.Fujita (2014): 'Pro-Shareholder Income Distribution, Debt Accumulation, and Cyclical Fluctuations in a Post-Keynesian Model with Labor Supply Constraints',*European Journal of Economics and Economic Policies: Intervention*, 11(1), pp.10–30.
- [59] Sasakura,K. (1994): 'On the Dynamic Behavior of Schinasi's Business Cycle Model', *Journal of Macroeconomics* , 16, pp.423-444.
- [60] Schinasi,G.J. (1981): 'A Nonlinear Dynamic Model of Short Run Fluctuation', *Review of Economic Studies*, 48, pp.649-656.
- [61] Schinasi,G.J. (1982): 'Fluctuations in a Dynamic, Intermediate-Run IS-LM Model: Application of the Poincare-Bendixson Theorem', *Journal of Economic Theory*, 28, pp.369-375.
- [62] Semmler, W. (1987): 'A Macroeconomic Limit Cycle with Financial Perturbations', *Journal of Economic Behavior and Organization*, 8, pp.469-495.
- [63] Skott,P. (1994): 'On the Modelling of Systemic Financial Fragility', Dutt,A.K.(ed.), *New Directions in Analytical Political Economy*, Edward Elgar, pp.49-76.
- [64] Taylor, J.B. (1997): ' A Core of Practcal Macroeconomics', *American Economic Reveiw* (Paper and Proceedings), 87, pp. 233-235.Skott,P. (1994): 'On the Modelling of Systemic Financial Fragility', Dutt,A.K.(ed.), *New Directions in Analytical Political Economy*, Edward Elgar, pp.49-76.
- [65] Taylor, J.B. (2000): 'Teaching Mordern Macroeconomics at the Priciples Level', *American Economic Reveiw*, 90, pp.90-94.
- [66] Tayler, J.B.(2004): *Principle of Macroeconomics* 4th ed., Houghton, Miffilin Company.
- [67] Taylor,L. and S.A.O'Connell (1985): 'A Minsky Crisis', *Quarterly Journal of*

- Economics*, 100, pp.871-885.
- [68] Torre, V.(1977): 'Existence of Limit Cycles and Control in Complete Keynesian System by Theory of Bifurcations', *Econometrica*, 45, pp.1457-1466.
- [69] 都築栄司 (2011) 「新古典派とポスト・ケインジアンのマクロ動学」 渡辺編『金融と所得分配』 日本経済評論社, pp.111-131。
- [70] White,W.R.(2010): 'The Maekawa Lecture:Some Alternative Perspectives on Macroeconomic Theory and Some Policy Implications', *Monetary and Economic Studies*, 28, pp.35-58.(「マクロ経済理論の新たな展望と政策的含意」『金融研究』第29 卷第4号, pp.39-63。)
- [71] Yoshida, H. (1999); "Harrod's Knife Edge'Reconsidered:An Application of the Hopf Bifurcation Theorem and Numerical Simulations, *Journal of Macroeconomics*, 21, pp.537-62.
- [72] Yoshida, H. and T. Asada(2007):' Dynamic Analysis of Policy Lag in a Keynes–Goodwin Model: Stability, instability, cycles and Chaos', *Journal of Economic Behavior and Organization*, 62, pp.441–469.
- [73] Zhang,W.B. (1990): 'The Complexity of Nonlinear Dynamic Economic Systems: The Kaldorian Model with Bond Finance of the Government', *Journal of Mathematical Sociology*, 15, pp.259-269.

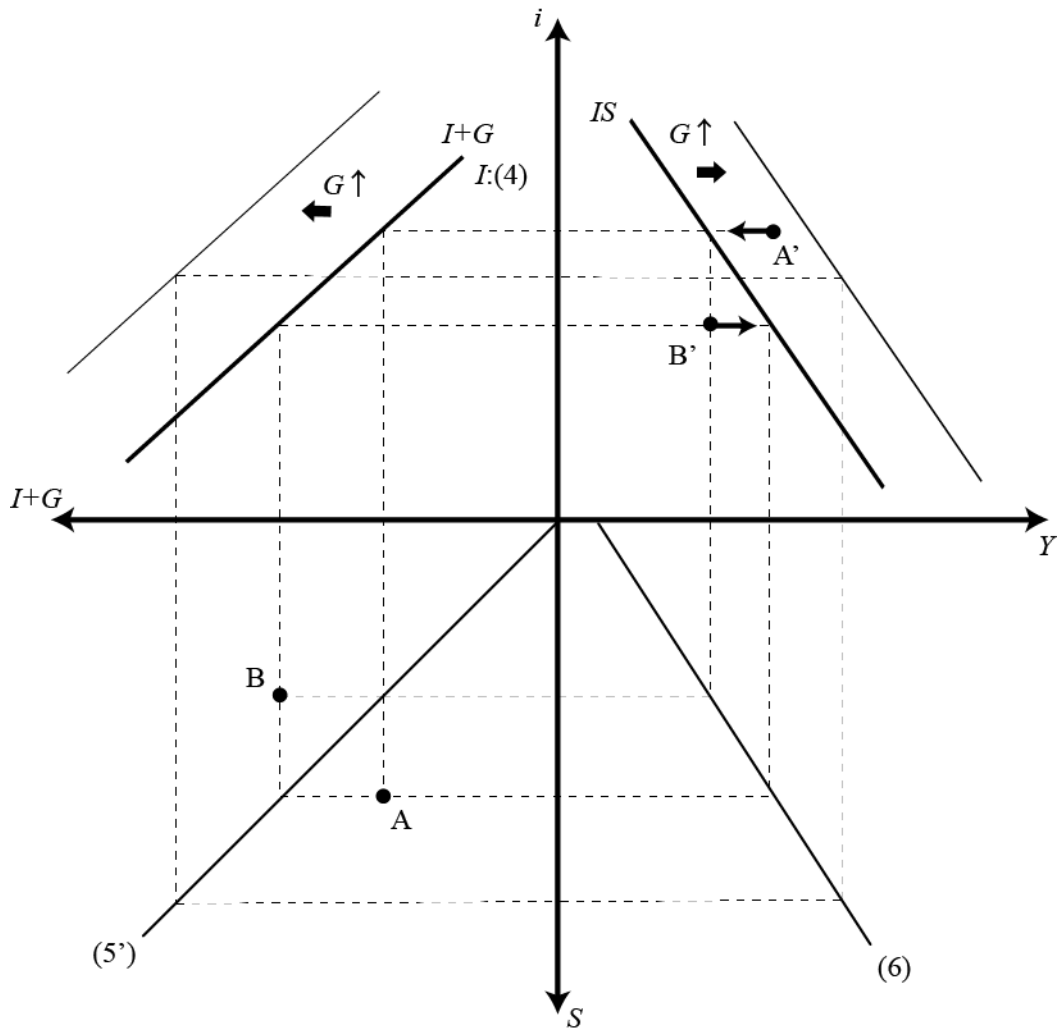


圖 1 : IS 曲線

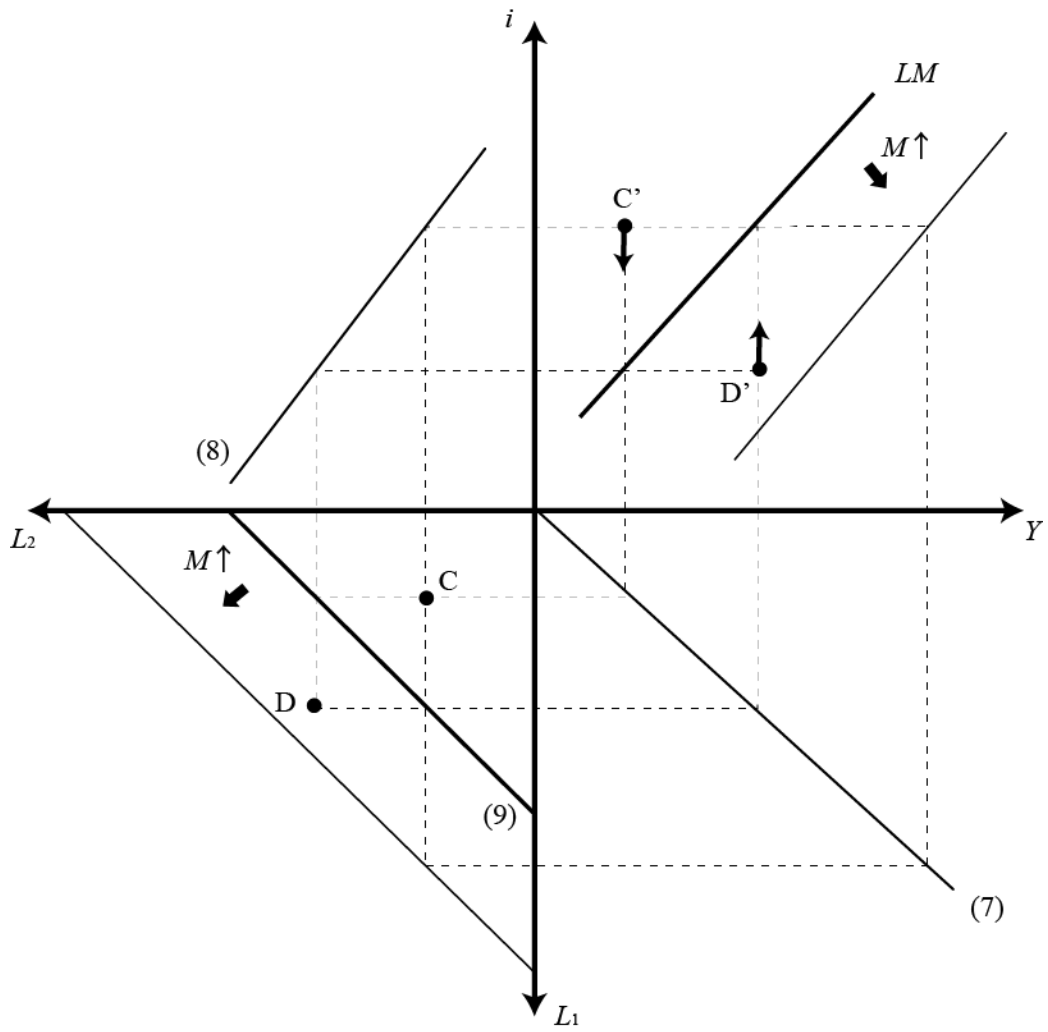


圖 2 : LM 曲線

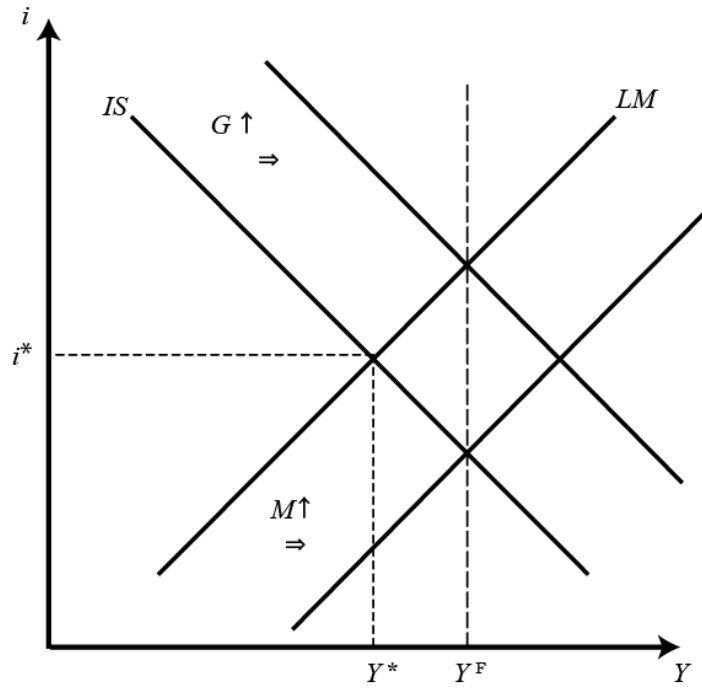


図3：金融・財政政策の効果

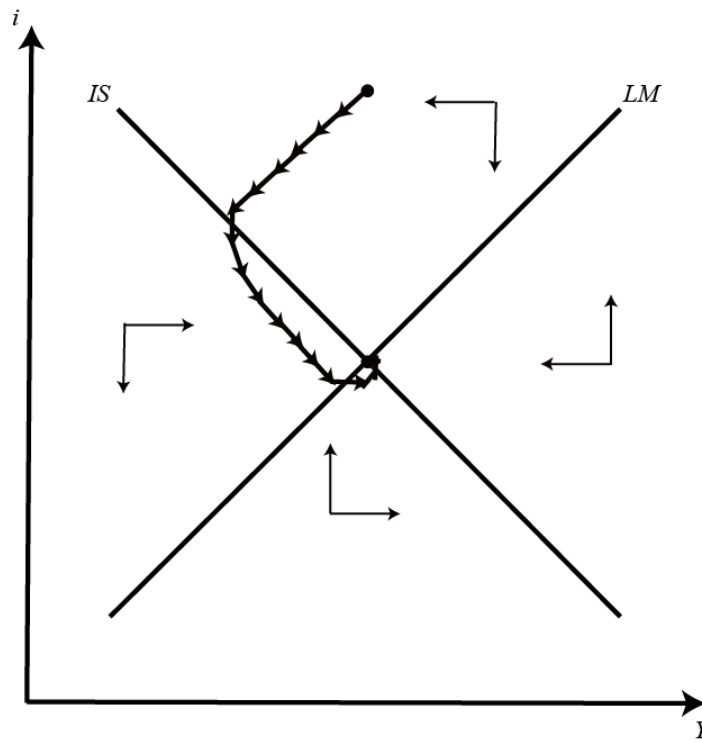


図4：均衡点への収束

図5：数値シミュレーション 縦軸は負債、横軸は所得

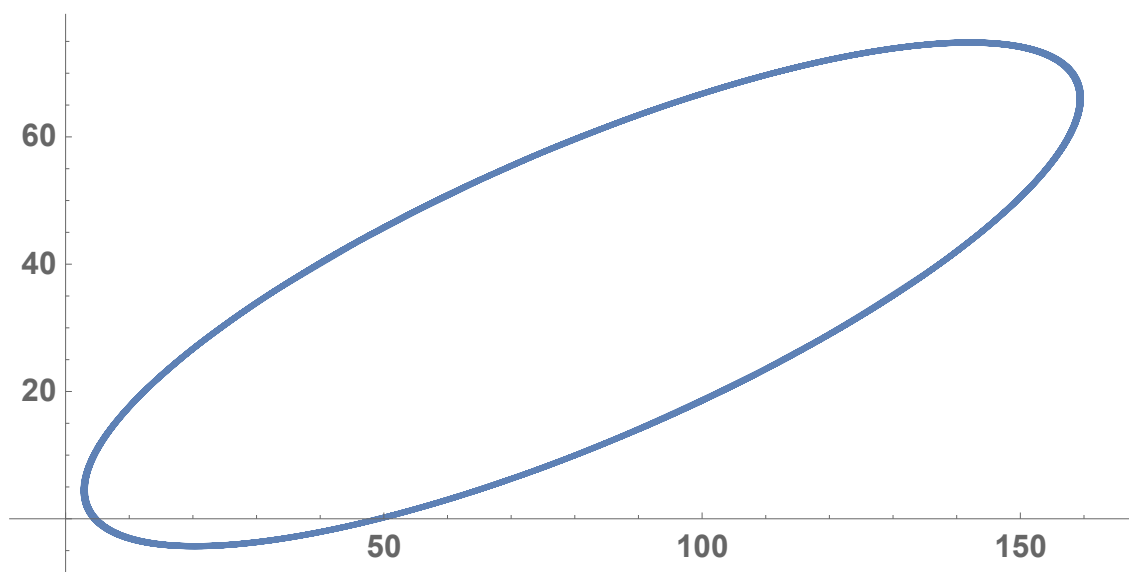


図 5-1

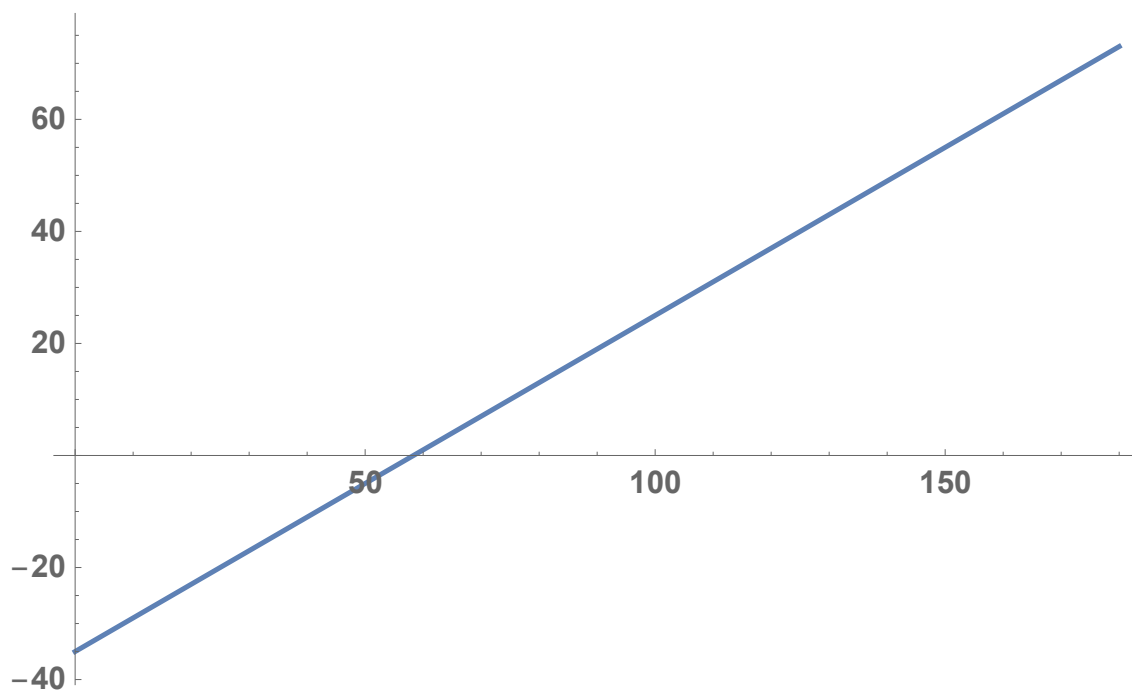


図 5-2

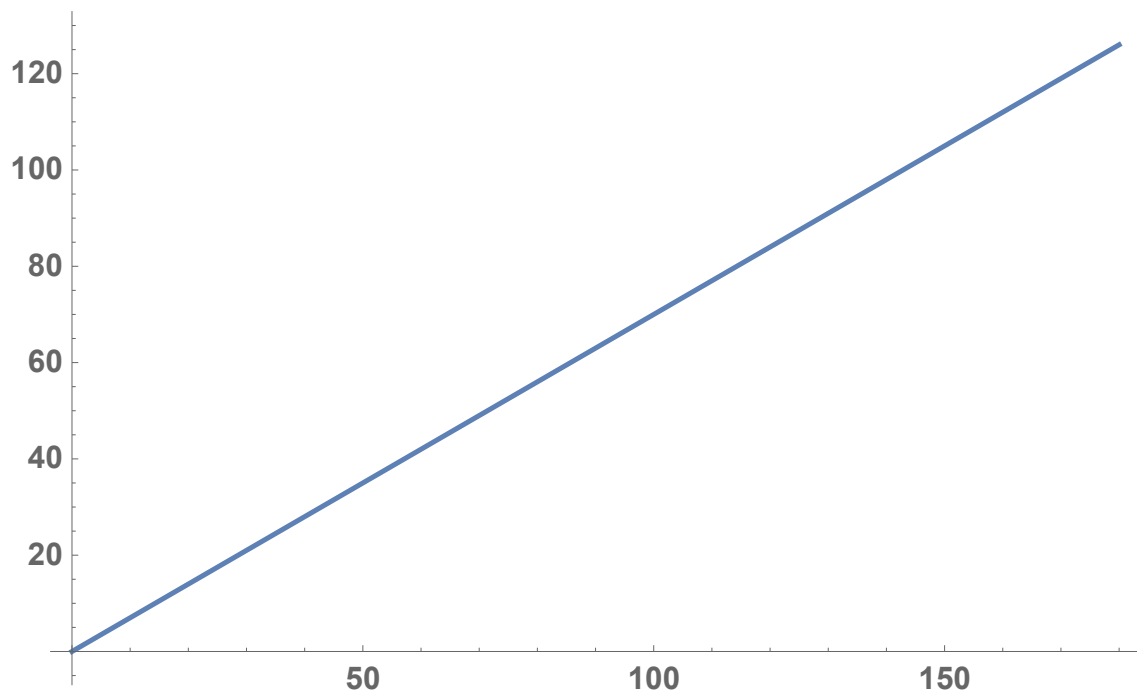


图 5-3

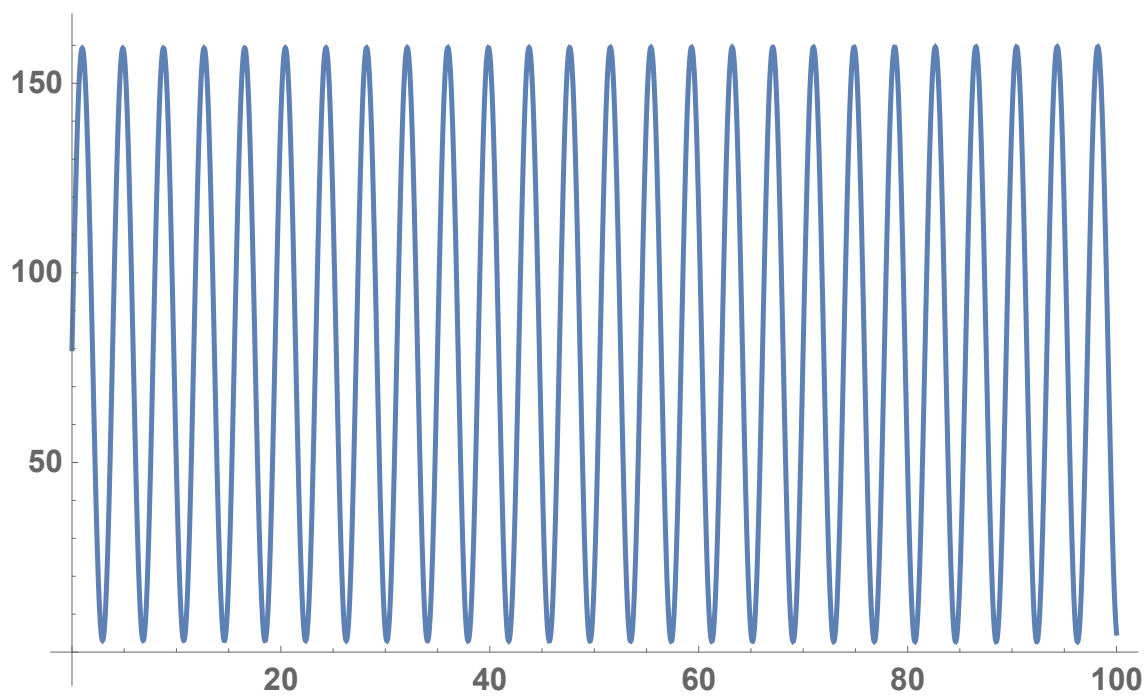


图 5-4

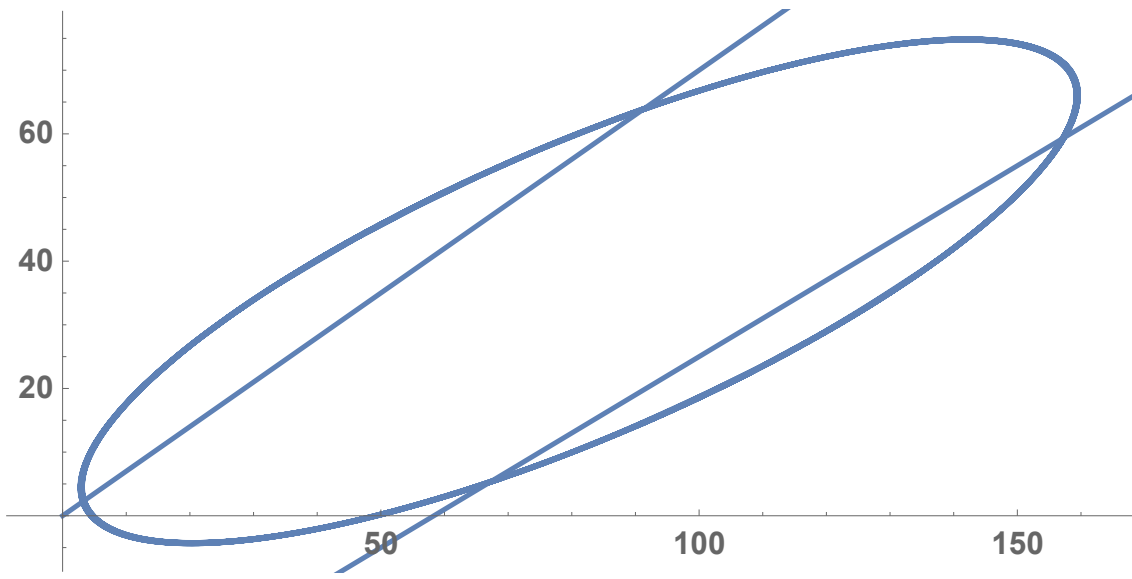


图 5-5