Working Paper Series No.314　　　　　　　　　　　　　　　　　　2025年　3月

生物的再生可能資源の動学モデルとその最適開発、生態系保全管理に関するノート

鈴木 康夫

１．序

　生物的な再生可能な（天然）資源の動学的な最適開発あるいは管理の問題は、その生産従事者の主体的問題としてだけでなく、その開発に依存する地域経済の問題でもある。そうしたテーマの当初の研究では、漁業地域を対象として研究がスタートしたと言える。代表的なものに、Gordon-Schaefer モデルの古典的研究がある(Gordon[1954]、及び Clark[1976])。この研究は、一般的な生物的個体群の研究にも応用できるものなので、漁業の分析が中心ではあるが、商業的な捕獲に対して保護されているないし禁止されている天然の動植物を除く他の動植物を対象とする研究、特に、オープン・アクセス可能な共有かつ天然の生物的再生可能資源にも応用できる。

　とはいえ、稀少動植物に関するワシントン条約なども有名なように、資源保護規制や採捕・取引禁止の政策や条約等から、陸上の天然動物は、公有等の限定された山林で有資格者による猟が認められている場合を除けばほとんどない。それゆえ、実際に研究対象として意義があるのは、水産業の対象となっている魚類ないし水産物であるから、漁業ないし水産に関する研究が多くなっていて、生物的再生可能資源の保全研究のほとんどがそれらであると言っても過言ではない。

　それでも、猟が認められている期間と天然ないしそれに十分近い猟が許可されている山林領域が存在しているので、基本的な違いはあるが、十分調整すれば、上記と同様の分析法や考察の手法が、あるいはそれらの一部が有効に応用できると考えられる。また、農業生態系において、捕獲が規制されていない天然の昆虫や植物などには、上記の分析法や考察の手法が同様に応用できる、あるいは少なくともその可能性がある。本稿では、こういった、農業生態系も含めた広い視野で見たときの応用の価値を認め、こうした生態系保全管理ないし天然資源保全管理分野の初期の応用経済学的な面を持つ、重要だが比較的単純な研究である Plourde[1970]の論文に注目する。この種の研究は、当初、動学的分析法を用いるので、比較的に難しかったので、それに関連する後続研究がそれほど多く発表されていない。このことは、動学的分析法自体の難しさだけでなく、その考察そのものやモデ

ルの設定や構築の面でも、他に難点が内在している可能性がある。それゆえ、本稿では、今更ではあるが、敢えてその論文に注目し、その分析や考察を堅実に確認しつつ吟味し、個体群生態系（保全）研究や応用経済研究の面で再評価ないし論評することとする。

Gordon-Schaefer モデルの古典的研究は近代的研究において最も初期の業績であるが、天然の生物的個体群生態学の基本的な要件を踏まえつつ、漁業生産者の経済行動と彼らが直面する漁業市場を的確に捉え、十分に合理性のある分析的な経済理論考察を行い、単純ながら、持続可能生産量（：SY、すなわち sustainable yield）の定常状態の分析を主とする考察を展開した。かくして、漁業経済学ないし水産学、個体群生態学の保全研究は、現在でも最も重視されている MSY という考え方に到達し、この MSY（Maximum Sustainable Yield）は世界各国の漁業政策または水産政策、あるいは漁業資源ないし水産資源保全政策の基準のような存在となっている。

しかしながら、Gordon-Schaefer モデルの古典的研究は持続可能生産量に基づく分析の研究なので、定常状態における最適化問題として扱われ、つまり、持続的漁業生産量の最大化問題として扱われ、これを解くことで、この最適解として、漁業的な MSY、すなわち、最大持続可能漁業生産量が導出されることになるのである。この MSY は最適な政策目標を決定するが、この最適政策目標がどのように達成されるべきかという動学的な問いには何も答えられていない。つまり、政策運用面での数量的な内容については詳しい情報を与えないので、もっと詳しい政策的情報を導くには、別の動学的な分析的考察が必要となる。

かくして、持続可能生産量という定常状態の制約なしの動学的最適化問題の定式化が必要となり、これに答えたのが Plourde[1970]の研究である。この研究は、数理経済学的には、MSY を求める問題設定が静学的最適化問題の定式化で行われ、その静学的な解法の分析手法で MSY を導出しているのに対して、問題設定が動学的最適化問題の定式化で行われ、動学的な解法で最適（解）経路を導出する。

いわば、MSY は、かつての最適経済成長理論の黄金律成長のような概念であり、後に Cass[1965]が最適経済成長理論の分野で果たしたのと同じ役割を、Plourde[1970]の研究は、生物的な再生可能（天然）資源の動学的最適管理・開発の理論分野において果たしたと言える。すなわち、生物的な再生可能（天然）資源の最大持続可能生産量計画を（社会的または主体的な）動学的最適化の面から一層単純な形で再定式化し、最適な動学的政策そのものとしての動学的な最適開発・管理政策としての最適経路を導く拡張的な考察を行った。しかし、その反面、モデル定式化の単純化で、Gordon-Schaefer モデルの古典的研究が考慮した漁業生産者の市場行動や生産費面の考察が完全に捨象されてしまい、漁業経済理論としての最も重要な部分が完全に失われてしまったのである。

本稿では、生物的個体群の動学的最適開発・管理の基本的な定式化や問題設定を、動学的最適化研究の出発点的な業績である Plourde[1970]の内容を軸に整理し、解釈的な吟味も加えながら、以上で述べられた基本的な理解だけでなく、他の論点からの問題の指摘や改善の可能性を示すといった基礎研究的な考察や論評が行われる。以下では、再生可能資

源を、単に「再生資源」と略称し、言うまでもないが、生物的な再生可能天然資源の考察に関心を限定する。

なお、本稿での考察は、上記でも述べたが、あくまでも魚類等に代表される天然の動物の研究を対象とするものではあるが、魚類だけに特化した研究というわけではなく、Plourde[1970]や他の多くの生物的個体群研究のように大域的で開放的な生態系に棲息し、かつ、オープン・アクセス可能な天然の生物的再生資源およびこの個体群を対象とする。例えば、北米大陸の一部で、そうした諸想定が大まかに成立し得る広大な山林とそこに棲息する鹿類などの陸上動物を確認できれば、本稿で展開される Plourde[1970]の分析手法や考察は、部分的に補正されるにせよ、天然に近いが狩猟の対象となっている動物種の個体群の分析や研究に応用できるはずであり、また、これにかなり類似の農林業的な事例の考察にも同様に適用可能であると考えられる。

２． 生物的再生可能資源の個体群に関する基本的な動学的方程式

Plourde[1970]は天然の生物的再生資源量を単一種の個体群の量またはマクロ的な集計量として扱われる状態変数とし、その動学的最適化の計画管理主体は、生物的再生資源個体群量Nの一部分を捕獲または収穫するものと想定されている。このような捕獲量または収穫量は、特に生産に関して単純化されたモデルでは専ら消費されることになるので、消費量ないし単に消費とも呼ばれることもある。こうした消費は、ストックである（生物的）再生資源（個体群）量Nの単位時間あたりの減少を意味し、それはフローであり、消費支出のことであり、人間生活を含む非生産的な経済活動で瞬間的に完全に費消し尽くされるものと想定されている。生物的再生資源量や、その動学的に最適な捕獲量または消費量の動学的経路を決定することが当該の動学的問題への解となる。なお、本稿での次節以降の分析や考察も同様の問題意識と分析手法で展開される。

生物的再生資源（または個体群）量の時間上での変動を決める動学的な方程式として、生態学で最も有名で、かつ有用とされている古典的なロジスティック方程式を微分方程式の形で Plourde[1970]は用いている。すなわち、（生物的）再生資源量（ストック量）をNとして、その捕獲量をq（フロー量）として次のように定式化される。ただし、再生資源（個体群）量 N や捕獲量 q は連続量として想定され、かつ、取り扱われている。

(1) $$\dot{N} = \nu N - \beta N^2 - q,\ \nu > 0,\ \beta > 0$$

ただし、$\dot{N} \equiv \frac{dN}{dt}$ （Nの時間微分、t は時間）であり、ν とβ はそれぞれ所与の正のパラメータであるものとする。ここで、簡単に$F(0) = 0, F(\widehat{N}) = 0, for\ 0 < N^* < \widehat{N} < \infty$であることがわかる。この式の右辺の$N$についての微分係数がちょうど 0 に等しくなる点があ

り、これに対応するNの値がN^*と表示されている。その右辺を計算して、$N^*=\nu\ /(2\beta)=\hat{N}/2$が得られる。

また、$N<N^*$では、その微分係数は正であり、他方$N^*<N$では、その微分係数は負となることもわかる。このことは、その式の右辺のNについての 2 次微分係数が負であることからもわかる。なお、そういった動学的方程式のような主変数の動学的な式は、一般には、状態方程式と呼ばれている。

今一つの表現としての動学方程式は、生物的再生可能資源に関するロジスティック方程式を一般化した方程式であり、例えば（Plourde〔1970〕や）Clark〔1976〕(Chap.1) などのように一般的によく用いられている。再生産可能資源量（ストック量）をNとして、それは次のようにNの動学過程を支配する状態方程式として表現される。

(2) $$\dot{N}=F(N)-q, F(0)=0, F\left(\hat{N}\right)=0, for\ 0<\hat{N}<\infty,\ F''<0, N\geq 0, q\geq 0,$$

ただし、$F''\equiv\frac{d^2F}{dF^2}$であり、$F$は増殖関数または再生関数(regeneratoin function)である。この想定から$F'\equiv dF/dN$の符号は$N<\hat{N}$で正であり、では反対に負となることがわかる。したがって、この場合も$F'(N^*)=0$ となるN^*が単独で存在している。(2) の右辺をNについて微分して 0 に等しいとおけば、簡単に、N^*が求まるはずであるが、再生関数$F(N)$の具体的な形がわからないので、N^*を詳しく特定することはできない。さらに、考察の主な部分では、$N\leqq\hat{N}$の領域が想定されている。

なお、N は基本的にオープン・アクセスでの捕獲対象であるが、小さな集団の個体群の場合には、この個体群が棲息する地域が狭い場合に限って言えば、計画管理主体は、当該の個体群の棲息地を含む土地等の所有者や管理者であるが、それは場合によっては自給自足的個人ないし生産者である場合や、共同管理者の場合や、あるいは、社会的な責任のある地域計画担当者の場合や、地方計画当局ないし国の計画当局の場合もあり得る。しかし、ある程度の規模の個体群の場合には、オープン・アクセスの利害関係者全体と協力的な関係の存在かまたは完全に支配的な存在でないとそうした計画管理者にはなれないかもしれない。それゆえ、現実的には、自由な捕獲に対して強制力を発揮できるような公的な存在だけがその計画管理者になり得ると考えられる。

計画管理主体の公私等はともかく、動学的最適化問題の計画管理担当主体が捕獲量qを各々の任意の時点で自由に操れるような強力な公的または私的統制政策が存在するということを Plourde は前提していることになる。本稿の以下の考察でも計画管理主体について同様に想定されている。

通常、生物的個体群に関する(1)のような具体的な形で与えられる古典的ロジスティック方程式において、パラメータ ν は内的増殖率(intrinsic growth rate)と呼ばれている定数であり、「マルサス係数」とも呼ばれている。またβは、$\beta\ =\ \nu\ /\hat{N}$とされ、$\hat{N}$ は飽

和水準または環境容量(carrying capacity)と呼ばれていて、正の定数とされている。$\hat{N}$は体系(1)の平衡点でのNの値に等しく、所与の生態系の自然環境条件で外生的に規定された定数であり、Nから完全に独立に与えられる要素である。(これらのことに関する詳細はClark[1976]の第一章を参照せよ。)

３． 生物的再生可能資源の基本的な動学的最適化問題とその最適経路

生物的再生資源量の動学的に最適な保全という動学的最適化問題の解は、捕獲量または消費量 q から得られる効用（フロー） uの割引現在価値の総和を最大化する最適なqとNの経路を求めることである。つまり、(1) の下で、効用関数$u(q)$と効用割引率rを用いて表現される、割り引かれた効用フローを累積した効用ストックである汎関数を動学的に最大化する次のような問題の解の最適経路がそれである。

(3) $$\max_{q} \int_0^{\infty} u(q) e^{-rt}\, dt, u' > 0, u'' < 0, r > 0, s.t. (1),$$

ただし、$u' \equiv du/dq$であり、$u'' \equiv \frac{d^2u}{dq^2}$である。なお、$e$は自然対数の底を表している。

この定式化は、N を状態変数とし、q を制御変数とする典型的な 1 つの最適制御問題である。故に、この最適制御問題を解くために、我々はポントリャーギンの最大値原理(ポントリャーギン・他[1967]、あるいはヘステンスのそれ、ないし、Mangasarian[1966]の十分性定理等) を適用することができる。

最適制御理論の手法を用いるために、いわゆるハミルトニアン(Hamiltonian)と呼ばれている関数を導入する。ただし、ここでは通常の経済的分析手法に従って現行価値ハミルトニアン(the current value Hamiltonian)を導入して用いる。(3)と(1)に関する現行価値ハミルトニアンは、これを$H_{(31)}$で表わすと次のようになる。

(4) $$H_{(31)} = u(q) + \lambda \{\nu N - \beta N^2 - q\},$$

ここで、λは通常、現行価値随伴変数(the current value adjoint variable)、あるいは単に現行潜在価格(the current shadow price)と呼ばれているものである。この$H_{(31)}$を用いて問題(3)の最適解時間経路（を示す時間上での点集合内の任意の点）($N^{**\sim}, q^{**\sim}$)の諸必要条件がポントリャーギンの最大値原理から次のように求めることができる。

(5) $$u' = \lambda, \text{ and, } u'' < 0,$$

(6) $$\dot{\lambda} = r\lambda - \frac{\partial H(31)}{\partial N} = \lambda\big(r - \nu + 2\beta N\big),\ \therefore\ \dot{q} = -\frac{u'}{u''}(\nu - r - 2\beta N),$$

(7) $$\underset{t\to\infty}{lt}(\lambda e^{-rt}) = 0.\ \therefore\ \underset{t\to\infty}{lt}(u' e^{-rt}) = 0.$$

(5)は、Nの限界的な 1 単位が消費されるときの（社会的）限界効用とそれによって生じる生物的再生資源ストックの限界的な減少の現行潜在価値が均等しなければならないということを意味している。即ち、Nの限界的追加 1 単位を消費してもあるいは消費せずに投資しても、いずれにしても生物的再生資源の純産出フローの総現行価値$H_{(31)}$は最大値であり、(ほぼ）変わらないということがその必要条件式の意味である。

(7)は、いわゆる無限大計画期間の横断性条件である（なお、その詳細については Arrow[1968]あるいは Arrow & Kurz[1970]を見よ)。また、こうした諸条件を満たす、解としての最適経路は、その問題設定の動学的な制約条件である状態方程式(1)も同時に満たされなければなりません。その問題設定の動学的な制約条件の状態方程式を(2)にする場合には、(2)を満たす必要がある。この問題設定は(1)が(2)に替わる以外は全く同じ内容なので、この動学的最大化問題と、その現行価値ハミルトニアンおよびその諸必要条件は次のようになる。

(3´) $$\max_{q} \int_0^{\infty} u(q)e^{-rt}\,dt, u' > 0, u'' < 0, r > 0, s.t.(2),$$

(4´) $$H_{(32)} = u(q) + \lambda\ \{F(N) - q\}\ ,$$

(5) $$u' = \lambda,\ \text{and},\ u'' < 0,$$

(6´) $$\dot{\lambda} = r\lambda - \frac{\partial H(32)}{\partial N} = \lambda(r - F'),\ \therefore\ \dot{q} = -\frac{u'}{u''}(F' - r),$$

(7) $$\underset{t\to\infty}{lt}(\lambda e^{-rt}) = 0.\ \therefore\ \underset{t\to\infty}{lt}(u' e^{-rt}) = 0.$$

(5)と（7）は上の問題の必要条件と全く同じなので、そのままの表現となっている。こちらの定式化(3´)の諸必要条件は、定式化(3)よりもわずかに一般性が高いが、Nの初期条件N_0 ＞ 0 に対して一義的に導出される最適解（時間）経路や位相図は、どちらの問題設定でもかなり似ている（$N^{**} < N$では$\dot{q} < 0$、反対に、$N^{**} > N$では$\dot{q} > 0$であり、かつ、$F(N) < q$では$\dot{N} < 0$、反対に、$F(N) > q$では$\dot{N} > 0$である)。特に、初期条件に対し一義的な最適解（時間）経路($N^{**\sim}, q^{**\sim}$)は、(7)の横断性条件から、時間経過に伴って単独の長

期均衡点（N^{**}, q^{**}）に到る鞍点経路上を通って近づいて行き、∞の時間経過で、やがて収斂しなければならない。

故に、$N^{**} < N_0$ のときは、時間の経過に従って、$N^{**\sim}$と$q^{**\sim}$は単調に減少して行き、やがて、$N^{**\sim} \downarrow N^{**}$ ＆ $q^{**\sim} \downarrow q^{**}$ となり、すなわち、t↑∞で($N^{**\sim}, q^{**\sim}$)↓（N^{**}, q^{**}）とならなければならない。一方、$N_0 < N^{**}$のときは、時間の経過に従って、$N^{**\sim}$と$q^{**\sim}$は単調に増加して行き、やがて、$N^{**\sim} \uparrow N^{**}$ ＆ $q^{**\sim} \uparrow q^{**}$ となる。すなわち、t↑∞で($N^{**\sim}, q^{**\sim}$)↑（N^{**}, q^{**}）とならなければならない。

単独の長期均衡点（N^{**}, q^{**}）に対する比較静学効果は次のようになる。まず、r の効果については、$\frac{dN^{**}}{dr} < 0$, $\frac{dq^{**}}{dr} < 0$ となる。次に、ν については、$\frac{dN^{**}}{d\nu} > 0$, $\frac{dq^{**}}{d\nu} > 0$, $\frac{dN^{*}}{d\nu} > 0$, $\frac{dq^{*}}{d\nu} > 0$ となる。また、β については、$\frac{dN^{**}}{d\beta} < 0$, $\frac{dq^{**}}{d\beta} < 0$, $\frac{dN^{*}}{d\beta} < 0$, $\frac{dq^{*}}{d\beta} < 0$となる。

なお、最適解（時間）経路($N^{**\sim}, q^{**\sim}$)は、(7)の横断性条件を考慮しない場合は、まだ最適解候補（時間）経路であり、ポントリャーギン（時間）経路と呼ばれることもあるが、最適解（時間）経路の原型を与えている。ここまでの所の主な部分は Plourde[1970]の内容をまとめたものに一般的な補足を加えたものであるが、使用されている記号や表現などはかなり変更されている。

4．動学的最適化問題の定式化と最適解（時間）経路の問題点

まず、モデルの最も基礎的な部分について吟味する。状態方程式(1)や(2)について、他の多くの漁業経済研究が生産努力量に注目しているのに、それらの式は、定式化の単純化のために、漁業主体あるいは漁業生産者の生産努力を全く無視して考慮していない点である。これは重要な問題であり、qの実行に伴う漁業の操業面や技術面と経済面の諸制約ないし諸困難等を大きく捨象している。それらの式は漁業の現場で直面するはずの諸問題を全く考慮せず、完全に無視していると言ってもよい。特に、qの実行あるいは操業で生じる生産費を無視していることは大きな問題である。

また、qの対象となる個体の群れを探索する、いわば取引費用も重要で、個体群生態学や生態系管理の諸研究では、捕獲者と被捕獲者の関係性から、この要素を重視した定式化がよく採用されている。有名なロトカ-ボルテラ・モデル（例えば、Jackson〔1991, sec.5.7〕：田中・他〔1994, 5.7〕(pp.247-252）の定式化にもこのような部分がみられる。つまり、Nが減少すればするほど、捕獲対象の探索が難しくなり、qの同じ量を捕獲することがますます難しくなると考えられているからである。こうしたことも状態方程式(1)と(2)は無視している。生産費の考慮の欠如と相まって、Nに対してqをどう決めるかということ自体が問題なのであるが、これについての問題意識すらないということが基礎研究と

して見ても基本的に大きな難点である。

したがって、(1)と(3)の問題設定だけでなく(2)と(3)の問題設定でも、qを制御変数としているけれども、この想定自体に問題がある可能性がある。任意の時点全てでNに対して計算された最適な値にqを実際に操作できるのかという問題がそれである。これについては、それらの問題設定は理論研究の特定の場合に過ぎないけれども、漁業の実際の操業では、漁場の状況や労働力の運用や技術やスキルの制約を受けるので、任意の時点で計算上要求される最適値に等しくなるようにqをいつでも調整できるかは難しいわけだから、こうしたことを理論研究でも反映すべきかどうか、あるいはどの程度反映すべきかについても議論の余地はあるし、また必要かもしれない。

このようにqの制御可能性に論理的に少しでも難を認めてしまうと、(1)と(3)の問題設定だけでなく(2)と(3)の問題設定でも、それらの最適解時間経路の動学体系では、一義的に存在する長期均衡点は鞍点であるから、決定論的にシステムと制御不完全なqを解釈すると、一旦あるいは一度、最適解時間経路を状態変数が少しでもズレてしまう、あるいは離脱してしまうと、次に引用されている「リャプノフの定理」からこの動学体系は不安定になってしまい、不完全な制御で最適解時間経路に戻れるか保証はなく、混乱して長期均衡点からずっと遠方へ離れてしまう可能性も十分考えられ、その長期均衡点から遠ざかり続ける動学過程のままとなる可能性もある、ということがわかる。

リャプノフの定理：線形微分方程式の固有値の全ての実部が 0 でないとき、その均衡点での全ての固有値の実部が負ならば、その均衡点はリャプノフの意味で安定であり、その内の少なくとも 1 つの実部が正ならばその均衡点はリャプノフの意味で不安定である。■（Jackson〔1991, (chap.)5〕: 田中・他〔1994, 5(章)〕(pp.197-204,p.202)；なお、ここでの議論に合わせて、元の表現を少しわかり易く変更している。）

５. 生態系保全の漁業政策および生態系管理政策としての意義

上で指摘した、実行可能性等の基礎考察に基づく、ないし、理論モデルに即した諸々の問題点はあるにせよ、数歩譲って、それらの問題を横において、この節では、政策論として最適解時間経路を評価しておく。

上記のモデル分析での想定が満たされているとすると、計算上ではあるが、最適解時間経路に従う保全政策は、時間上で連続的な最適経路を提示するので、現実的な漁業保全政策のように MSY 型政策目標に基づく漁獲量の総量を規制する政策や漁獲枠を設定する規制の運用とは異なり、政策目標を適応的に連続的に調整して総漁獲量や漁獲枠を調整する規制の仕方が可能となる。

主として、MSY の調査やその結果で行われる改定の頻度にもよるが、MSY 型保全政策は、

再生関数に変更が認められなければ、短期的には硬直的に運用されるのに対して、最適時間経路に従う保全政策は、再生関数に変更がない場合でも、状態変数の（やパラメータの）時系列情報に従う柔軟な政策目標の設定や調整が可能になり、細かいレベルでの諸規制の運用が可能になるところが大きく異なる。後者は、再生関数の変更が無くてもNの変動に対して適応的に最適なqを調整する。

もちろん、パラメータや再生関数の変更があれば最適解時間経路自体が全体的に見直されるので、MSY 型保全政策が比較静学的変更となるのに対して、他方、最適解時間経路に基づく保全政策は比較動学的変更となり、Nの変動に対する最適なqの適応的しかし最適な調整が比較動学的に全体として見直されることになる。しかしながら、これ以上に詳しい政策的な含意や内容が導かれることはない。とりわけ、しばしばよく述べられるメッシュ規制の有効性だとか漁船の大型化等についての生産面や技術的の知見や含意が導かれることはない。

以上で、Plourde〔1970〕の研究について理論的で批評的な考察の主な内容をまとめることができたと考えられるが、この種の諸研究、例えば、拡張されてはいるが、植田・落合・他〔1991,第 12 章,pp.223-232〕についても大まかには同様または類似の指摘が可能と考えられる。

参考文献

Arrow, K. J. ,1968,″Applications of Control theory to Ecnomic Growth″, in *Mahtematics of the Decision Sciences* by Dantzig,G.B.and A.F.Veinott Jr.（eds.）, American Mahtematical Society, pp.85-119.

Arrow，K．J．and M.Kurz., 1970, *Public Investment, the Rate of Return and Optimal Fiscal Policy* .The Johns Hopkins Press..

Cass. D. ,1965, “Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation″, *Review of Economic Studies Vol. 32*, pp.233-40.

Clark.C.W.,1976, *Mathematical Bioeconomics:The Optimal Management of Renewable Resources* ,John Wiley&Sons. :(竹内啓/柳田英二訳,『生物経済学:生きた資源の最適管理の数理』啓明社,昭和 58 年)

Gordon . H . S,1954, “The Economic Theory of a Common-Property Resourse: The Fishery,″ *Journal of Political Economy Vol.62*,pp.124-42.

Jackson, E. Atlee, 1991, Perspectives of Nonlinear Dynamics I, Cambridge University Press.：田中茂・丹羽敏雄・水谷正大・森真,1994,『非線形力学の展望Ⅰ カオスと揺らぎ』共立出版。

Mangasarian.O.L.,1966,″Sufficient Conditions for the Optimal Control of

Non-linear Systems ″, *SIAM Journal on Control. Vol. 4*, pp. 139-52.

Plourde, C. G. ,1970, “A Simple Model of Replenishable Natural Resource”, *American Economic Review, Vol. 60*, pp. 518-22.

L.S.ポントリャーギン・ボルチャンスキー。ガムクレリーゼ。ミシチェンコ(関根智明訳）,1967,『最適過程の数学的理論』,文一総合出版。

植田和弘・落合仁司・北畠佳房・寺西俊一(著)、1991 年、『環境経済学』(第 12 章)、有斐閣、pp. 223-232。