

対外債務を伴う 再生可能資源輸出依存国の 持続可能性と国際金融機関 貸出しの役割

鈴木康夫

Yasuo Suzuki

富士大学 経済学部 / 教授
滋賀大学 / 名誉教授

I 序

鈴木〔2025〕は、Rauscher〔1989〕が扱う問題、すなわち、再生利用可能な資源に依存する国の最適開発輸出と最適消費および最適な対外債務蓄積というやや複雑な動学的最適化問題の分析に、最適な生物資源量管理の、いわゆるMSY (maximum sustainable yield) 政策を導入し、いっそう現実的なモデル分析と比較的に現実的な考察を開放マクロ経済学的に展開している。そうしたMSY政策(最大持続可能開発政策、または、最大持続(可能)生産量政策)の導入は、再生可能資源を持続可能開発水準に定常化させることになるから、基本的に、Rauscher〔1989〕の動学的最適化モデルを4次元から2次元に縮小させることでその分析を取り扱い面で大幅に簡略化させることになり、企業行動や政府ないしマクロ経済に関する考察の幅を広げたりあるいは深めたりできるようになっている。本稿では、それらの拡張可能な論点のいくつかに注目して一層の現実的な考察や国際的視点からの分析を試みる。

本稿の研究は当該の再生可能資源依存国とその国際経済環境との関係に注目する。特に、国際金融的ないし政治経済的な国際関係性が当該の再生可能資源依存国の動学的最適化にどのように関係しかつ影響するのかという問題意識から、本稿は、こうした国際経済関係の現実的な考察と国際的政策、特に国際金融協力の効果や役割についての理論的分析を試みる。すなわち、本稿で展開される理論的分析では、当該の再生可能資源依存国が直面するであろう国際金融市場の競争特性や主な諸外国の国際政治的立場ないし国際経済的役割が、その動学的最適化条件や長期

均衡状態へどのように関係しかつ影響するのかという問題が扱われる。本稿の考察は、当該国が直面する国際経済環境の2つの面での関係性に注目して研究の拡張を試みる。

当該の再生可能資源依存国の国際金融的な国際関係とは、そうした当該国が直面する国際金融市場を通じる国際金融資本との関係性のことであり、これは、その自由な国際金融市場の競争特性で考えてよいだろう。Rauscher [1989] や鈴木 [2025] などは、その国際金融市場の自由な競争特性として簡単な想定だけで形だけの利子支払い関数 $(R(D))$ を仮定して分析を行っているが、こうした考察は不十分であり、少なくとももう少し詳しい考察が必要だろう。それゆえ、本稿では、利子支払い関数 $(R(D))$ についてさらに考察を加えた上で鈴木 [2025] の研究を見直し、その考察内容をより現実的に拡充するように取り組む。この取り組みは、鈴木 [2025] で得られた研究結果の、利払い関数の現実的な具体化が主な内容となる。

当該の再生可能資源依存国の政治経済的な国際関係性とは、主として、金融的な国際協力あるいは金融支援の国際援助のことであり、例えば、先進国や世界銀行等の国際機関などが途上国に対して行う金融支援がそれである。こうした金融支援について、Rauscher [1989] とは異なり鈴木 [2025] は動学的安定性の解釈的考察で一部触れているが、動学的分析の論理的展開の中では全く触れていない。しかし、財政赤字国や累積的財政赤字を伴う国への国際援助による金融支援は現実に珍しくないから、こうした想定の下で当該の再生可能資源依存国の動学的最適化条件等や経済政策等に関する分析や考察は有意義なので、

これらの問題も単純な想定や設定とともに本稿の試みで扱われる。

本稿の考察も理論研究なので、以下の分析や考察では、目標としてのMSY政策を扱うだけで、その具体的な実施の仕方や内容を検討することはない。次の節では、Rauscher [1989] から展開した鈴木 [2025] のモデルの手短な要約と、本稿の国際関係面の分析と考察の準備を行う。

II MSY政策の再生可能資源輸出と 対外債務および消費支出の 動学的最適化問題

ここでは、以下の分析の展開に必要なので、Rauscher [1989] の一部に現実的な変更を行ってその分析を発展させた鈴木 [2025] の基本的な動学的システムのモデル概要を必要最小限に述べる。

鈴木 [2025] (pp.51-52) でも、Rauscher [1989] のモデルと同様な2つの状態変数方程式 (以下ではその記号表現を便宜的に一部変更) が、小国を前提して、下の (1) や (2) の形で用いられている。それらの想定では、累積対外債務(存在量) D の時間変化率 \dot{D} が、 D の利子支払い分である利払い $R(D)$ と、再生可能資源輸出で生じる貿易余剰との差で決まる(輸入財をニュメラルとする)と仮定される。総消費量 C 、再生可能資源輸出量 Q 、この相対価格 P 、その実質費用 $\kappa(Q)$ が用いられる(1)式は当該国の対外債務蓄積方程式である(Rauscher [1989] (p.58), 鈴木 [2025] (p.51))。

$$(1) \quad \dot{D} = R(D) - \{PQ - \kappa(Q) - C\}, R' > 0, \\ R'' > 0, \kappa' > 0, \kappa'' > 0.$$

ただし、 \dot{D} は D の時間微分を表し、非線型の対外債務利払い関数 $R(D)$ と実質費用関数 $\kappa(Q)$ は、それぞれ C^2 級、単調増加かつ逓増的と仮定されている。ただし、 R' と R'' は微係数の $dR(D)/dD$ および $d^2 R/dD^2$ を表し、 κ' と κ'' は微係数の $d\kappa(Q)/dQ$ および $d^2 \kappa/dQ^2$ を表す。また、総消費 C や生産資材・燃料等の生産投入量は全て外国から輸入され、他方、当該国の輸出は再生(可能)資源のみと想定されている(人口や労働力は無視)。

再生可能資源(ストック)量 N の状態方程式、すなわち再生(可能)資源量の蓄積方程式は次の(2)式である(Clark [1976] (Chap.1), 鈴木[2025] (p.52))。

$$(2) \quad \dot{N} = G(N) - Q, \quad G(0) = 0, \quad G'(\hat{N}) = 0 \text{ for } 0 < \hat{N} < \infty, \\ G'' < 0, \quad N \geq 0, \quad Q \geq 0, \quad G \geq 0.$$

ただし、 \dot{N} は N の時間微分を表し、 $G(N)$ は「再生関数」(regeneration function)または「増殖関数」を表し、 C^2 級関数と仮定する。その微分係数 $G' \equiv dG(N)/dN$ は、 N の範囲で「正・負・0」となり得るが、 $G'' \equiv d^2 G/dN^2 < 0$ 、つまり「逓減的」と仮定される。 Q は再生(可能)資源の開発フロー量を表す。

Rauscher [1989] は、これらの2つの蓄積方程式の下で、輸入される消費から得られる効用フロー、すなわち効用関数 $U(C)$ の割引現在価値の総和を最大化する C と Q (ないし D)の最適経路を動学的最適化の手法で求め、一義的な最適経路の存在を証明している。鈴木[2025] (sec. III, pp.53–56) は、(1)式をMSY政策の方程式(同論文、equ.(4), p.53)に替えて同様の動学的最適化

分析をより簡潔に行い、一義的な最適経路の存在を証明している(MSY政策は要するに再生(天然)資源の個体群の増殖関数の水準を生態学的に最大値に持続させる政策のことである)。

鈴木[2025]の動学的最適化問題は、次のように定式化されている(同論文、equ.(5), sec. III, p.53)。ただし、 ρ は効用割引率であり、 $U' > 0$ と $U'' < 0$ は効用関数 $U(C)$ の1階および2階の微係数を表す(なお、 t は時間を意味し、 e は自然対数の底である)。

$$(3) \quad \max_{C, Q} \int_0^{\infty} U(C) e^{-\rho t} dt, \quad U' > 0, \quad U'' < 0, \\ \text{s.t. (1), (2), } \dot{N} = 0, \text{ and, } G(\hat{N}) = \hat{Q}.$$

ただし、 \hat{Q} と \hat{N} は、MSY政策に対応する最適持続可能生産量水準とその個体群数量の水準を表す。

III 長期固定金利とMSY政策下での再生可能資源輸出及び対外債務の動学的最適化

鈴木[2025] (sec. III, pp.53–56) は、現実的な想定として、いわゆるMSY政策(同論文、equ.(4), p.53)を再生可能資源 N ないし Q の最適かつ持続可能管理に導入し、その政策の方程式をモデルに適用している。本稿での考察では、さらに国際金融関係についてもいっそう現実的な想定を導入して鈴木[2025]の分析を拡充し、その考察を深める。

まず、当該の再生資源輸出小国が、固定金利での借入が部分的に成立しているが、経常的な赤字を賄う必要から国際金融市場に直面するという基本的な場合について考える。こうした場合の想定

は、当該の輸出小国が国際金融市場の資金調達部門で一部の借入では借り手として競争的市場参加者の地位にあるか、あるいは、特別な国際政治経済的関係の存在でそうしたことが可能になっていることを意味する。いずれにせよ、当該の輸出小国が借り手としても小国と想定されているから、直面する国際金融市場の資金調達部門で、フローとストックの対外債務を抱えるその小国がこの国際的な市場競争状況に受動的に追随して、これをそのまま受け容れるだろうと考えることはむしろ自然である。

それでも、一部の貸借資金で国際金融市場が競争的であるというその前者の想定は、それが不完全競争市場であるという、Rauscher [1989] や鈴木 [2025] が仮定する想定よりも現実的だろうか。その貸借資金市場の供給側は、通常は先進国の投資銀行などの民間金融機関が担っているが、国レベルで考えれば、経済的超大国や、常に資産に余裕がある一部の限られた先進国の国際協力資金供給機関だけである。一方、その貸借資金市場の需要側は、それらの限られた供給国を除く対外債務を抱える先進国やこれに近い経済水準の国々だけでなく、類似の中進国等もあり、さらに対外債務を抱える多くの途上国である。したがって、こうした国際金融需要国にあって途上国のような小国としての当該の再生資源輸出国が、大国的で寡占的な国際金融供給に追随して従う行動を取ることは十分に考えられるので、自由な国際金融市場では、貸借資金の国際金融市場が競争的であるという想定よりも、Rauscher [1989] や鈴木 [2025] が仮定する想定はいっそうもっともらしい。

したがって、当該の再生資源輸出小国が、固定金利での借入が部分的に成立している国際金融市場に直面する基本的な場合というのは、上記の後者のように、特別な国際政治経済的関係すなわち国際協力関係の存在で可能になると考えるのが妥当である。その特別な国際政治経済的関係で形成される国際協力関係には、例えば国連に含まれる組織的な国際的機関や、主要国中心に形成された国際金融機関等や、これらと連携する諸国による国際支援事業の関係や、特別な2国間等の国際政治関係に基づく国際経済的関係などがそれである。これらの関係諸国や国際機関の国際協力金融支援による国際援助資金は、主な国のODAだけでなく、国際機関の基金や出資金、起債融通資金などもある。

つまり、国際的な借入金の融通には、こうした国際協力で実現される国際経済援助により自由な国際金融市場を通さずに直接的に低利融資を受けるとか、2国間の移転取引で資金提供を受ける場合などがある。上記の国際的な固定金利借入を可能にする国際的貸付に対応する主な場合は、国際協力援助国の政府系金融や国際協力機関による国際的借款または直接的な長期低利融資や、特定の主な国際協力支援国と他の関係ある国際協力機関による間接的な長期低利融資などがある。いずれにしても、世界経済の主要国が優良国か、国際機関か、あるいは、それらの連携かは別にしても、国際協力支援ないし国際協力援助関係に、貸し手としての実体が存在すれば、借款などの長期低利融資の実行は可能であろう。以下では、何らかのそうした国際協力関係が存在することで、当該の再生資源輸出小国の累積負債の一

部には、国際協力資金による固定金利での長期借入が成立していると想定する。

とはいえ、当該の再生資源輸出小国を一般的な考察において取り扱うには、それがどのような国かの詳細を先験的に特徴づけることはできないので、一般的な分析のためにはそうした国の全負債額を国際協力だけで賄えるとは限らないと考える方が自然である。そこで、以下では、Rauscher [1989] や鈴木 [2025] の想定を拡張して、不完全競争的な国際金融市場に直面しながら、同時に、何らかの国際金融支援ないし援助による国際協力資金も利用している場合を想定して、当該の再生資源輸出小国の負債蓄積と消費の動学的最適化問題をMSY政策の下で考察する。したがって、以下の分析では、Rauscher [1989] や鈴木 [2025] の動学的モデルの状態方程式に、国際協力資金の長期低利融資資金 Da とその金利 Ra という2つの新たな変数が追加される。ただし、これら2つの新変数である国際協力の長期低利融資資金 Da とその金利 Ra の値は、特別な国際関係に基づく借款などの国際協力援助で決まるものなので、それぞれ、正の外生変数であり、その特別な国際関係に変化がない限り当面一定の値をとるものと想定されている。

また、Rauscher [1989] や鈴木 [2025] の想定を拡張して、累積債務が、その一部の国際協力資金の長期低利融資資金 Da とこれによって賄いきれない累積赤字分 $D - Da$ の和に等しいと想定する。つまり、 Da によって賄いきれない赤字分の額は、ある意味で超過分の負債であり、 $D - Da$ と表現され、そしてこの額は、その国際金融市場でこれ自身の関数 $R(\cdot)$ で決まる不完全競争的な金利水準あるいは対外債務利払い分 $R(D - Da)$ で調達さ

れているものと考えることとする。つまり、ある時点での累積債務総額の一部を国際協力支援金で置き換えて、長期的な返済負担を軽減できる場合がそれである。ゆえに、これらのことから (1) は次のように変更される。

$$(1') \quad \dot{D} = RaDa + R(D - Da) - \{PQ - \kappa(Q) - C\},$$

$$Ra = \text{const.} > 0,$$

$$Da = \text{const.} > 0, P = \text{const.} > 0, D - Da \geq 0, R' > 0, R'' > 0, \text{ and, } \kappa' > 0, \kappa'' > 0.$$

ただし、ここで、再生可能資源の国際的市場で、その輸出行動を行う当該小国の再生資源部門は、基本的には、その市場の現行価格水準をパラメータとして、その価格受容供給者または競争的供給者として行動するものと仮定している。

かくして、他の国際支援国との特別な国際協力関係による国際協力支援金が存在する場合には、当該の再生資源輸出依存小国の、MSY政策下の再生可能(天然)資源輸出及び消費ないし対外債務に関する動学的最適化問題は、上の最適化問題の定式(3) (鈴木 [2025], p.53) を状態方程式(1')について部分的に変更して次のように再定式化される。

$$(3') \quad \max_{C, \hat{Q}} \int_0^{\infty} U(C) e^{-\rho t} dt, U' > 0, U'' < 0, s.t.$$

$$(1'), (2), \dot{N} = 0, \text{ and, } G(\hat{N}) = \hat{Q}.$$

ただし、この再定式化でも、動学的に最適化されるのは、MSY政策より \hat{Q} が独立に持続的に最適化されるので、実質的には C だけである。したがって、その問題(3')の動学的最適化条件でも、MSY政策の想定から独立に決定される \hat{Q} は同様であり、これ以外のその動学的最適化条件も、関数 $R(\cdot)$ の形状が同様なので、新規追加の Da がパ

ラメータであることから、定式化(3)のそれらと形式的には同様となることが最適化条件導出の計算でわかる(これとこれに続く一連の計算結果は形式的には鈴木〔2025〕, p.53とかなり類似する)。

すなわち、その動学的最適化問題(3')の解となる最適時間経路(D^* , Q^* , C^* , N^*)の必要条件は、随伴変数 l と v を伴う経常価値ハミルトニアン $H = U + l\dot{D} + v\dot{N}$ を用いて、(1')と下記の横断性条件を別にすると、次のように求められる(鈴木〔2025〕, p.53) とかなり類似し、見た目は同様、ただし、 $\dot{l} \equiv dl/dt$ と $\dot{v} \equiv dv/dt$ は l と v の時間微分)。

$$U' + l = 0, \text{ and, } l(p - \kappa') + v = 0, \\ \dot{l} = (\rho - R')l, \text{ and, } \dot{v} = (\rho - G')v,$$

また、MSY政策は、次のように表現される(鈴木〔2025〕, p.53, equ.(4)を引用)。

$$(4) \quad \dot{N} = 0, \text{ and, } G(\hat{N}) = \hat{Q}, G'(\hat{N}) = 0 \\ \text{for } 0 < \hat{N} < \infty.$$

このMSY政策を用いると、動学的最適化問題(3')も D_a に関する部分が異なるが、次のようになる(形式的には鈴木〔2025〕, p.53, equ.(5)にかなり類似)。

$$(5) \quad \max_{C, \hat{Q}} \int_0^{\infty} U(C)e^{-\rho t} dt, U' > 0, U'' < 0, \\ \text{s.t. (1'), (2) and (4).}$$

MSY政策で、 N の値は政策的に G を最大にする値 \hat{N} に制御され、 Q の値も政策的に G を最大にする値 \hat{Q} に制御され、定数化するから、状態変数は D だけであり、動的制御変数は C のみとなる。ゆえに、現行価値ハミルトニアン H の定式化で随伴変数は l だけとなり、 v は必要なくなり、最適時間経路(D^* , Q^* , C^* , N^*)あるいは(D^* , \hat{Q} , C^* , \hat{N})の

関連の必要条件も次のように単純化される(鈴木〔2025〕, p.53, equ.(6)とかなり類似し、見た目は同様)。

$$(6) \quad U' + l = 0, \text{ and, } \dot{l} = (\rho - R')l.$$

最適時間経路のために $l(p - \kappa') = 0$, つまり、国際的な企業の利潤最大化などの競争的市場行動 $(p - \kappa') = 0$ が必要ないことは明らかであり、この(6)は次のように一本化できる(鈴木〔2025〕, p.53, equ.(6')とかなり類似し、見た目は同様)。

$$(6') \quad \dot{C} = \left(\frac{-U'}{U''} \right) (\rho - R').$$

結局、動学的最適化問題(3')の最適時間経路(D^* , Q^* , C^* , N^*)あるいは(D^* , \hat{Q} , C^* , \hat{N})の必要条件は、(1')と、この(6')に集約され、より単純化される。すなわち、動学的最適化問題(3')は、次の動学的最適化問題(5')のように簡素化できる(鈴木〔2025〕, p.53, equ.(5')とかなり類似)。

$$(5') \quad \max_C \int_0^{\infty} U(C)e^{-\rho t} dt, U' > 0, U'' < 0, \\ \text{s.t. (1'), } N = \hat{N} \text{ and } G(\hat{N}) = \hat{Q}.$$

したがって、この問題の最適時間経路(D^* , Q^* , C^* , N^*)あるいは(D^* , \hat{Q} , C^* , \hat{N})は、状態変数の初期条件に基づく、(1')と(6)または(6')の動学的システムの軌道に含まれる時間上の部分集合となり、2次元の $D-C$ 平面上で検討できる。それが存在すれば、2次元の位相図上の軌道の一部で表現され、当該問題の最適時間経路も(D^* , \hat{Q} , C^*)あるいは(D^* , C^*)と簡素化して表現してもよいだろう。

その動学的最適化問題(5)ないし(5')についての横断性条件は、それが無限計画問題なので、通常の形式のものとして次のようになる(鈴木

[2025], p.53, equ.(7)とかなり類似し、見た目は同様)。

$$(7) \lim_{t \rightarrow \infty} (t e^{-\rho t}) = 0.$$

この横断性条件は、制御変数値が最適化問題(5)ないし(5')の計画期間中に有界な値に収斂すれば満たされるから、最適時間経路が存在すれば、2次元の $D-C$ 平面的位相図(下の第1図)の図上で、その状態変数と制御変数の運動が停止する定常点、つまりその動学的均衡点または長期均衡点(D_∞, C_∞)へと向かう軌道でこの条件が成立する。以上のことから、次の各補題が成立する。

補題1 動学的最適化問題(5)または(5')の最適時間経路(D^*, \widehat{Q}, C^*)あるいは(D^*, C^*)上の経済状態は、基本的に、(1')と(6)または(6')の動学的システムに従って運動する。その最適時間経路上の経済状態が時間上で定常的となる、その動学的システムの長期均衡点(D_∞, C_∞)は、適度な $\rho > 0$ のとき、一義的に存在する。■

補題1の証明 動学的最適化問題(5)または(5')の設定から、この最適時間経路(D^*, \widehat{Q}, C^*)あるいは(D^*, C^*)上の経済状態の運動が、(1')と(6)または(6')の動学的システムに従うのは明らかである。その動学的システムの長期均衡点(D_∞, C_∞)は、 $\dot{D} = 0$ と $\dot{C} = 0$ から決定されるので、 $R(D - Da) = \{PQ - \kappa(Q) - C\} - RaDa$ と $\rho = R'$ の連立方程式から決定される。その後者の式で(適度に) $\rho > 0$ のとき、 Da がパラメータなので D_∞ の値が(適度な水準で)一義的に決定できる。また、その前者の式から、 $C_\infty = \{P\widehat{Q} - \kappa(\widehat{Q})\} - RaDa - R(D_\infty - Da)$ と一義的に決定されるので、当該の

長期均衡点が一義的に存在するのは明白である。■

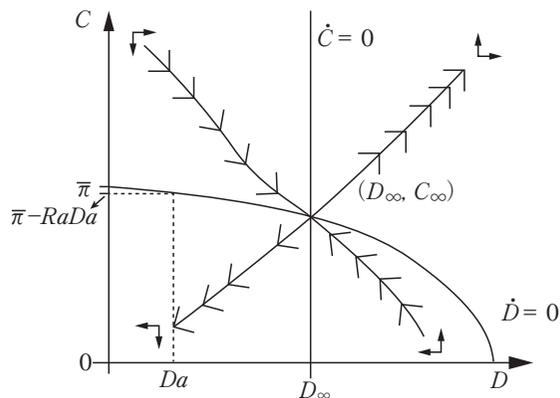
補題2 動学的最適化問題(5)または(5')の最適時間経路(D^*, \widehat{Q}, C^*)あるいは(D^*, C^*)は、もし存在すれば、その位相図(下の第1図)での鞍点軌道に含まれる時間経路で、状態変数の初期条件 $D_0 (> 0)$ と横断性条件(7)に対応して一義的に決定され、時間に従う軌跡の単調な曲線として得られる。■

補題2の証明 動学的最適化問題(5)または(5')の最適時間経路(D^*, \widehat{Q}, C^*)あるいは(D^*, C^*)は、もし存在すれば、明らかに、(1')と(6)または(6')の動学的システムに基づき描かれる位相図(下の第1図)の相流上のその最適化の候補となる特定の軌道に含まれる部分集合となる。この動学的最適化で導かれる特定の軌道、すなわち最適(時間)経路軌道は、その動学的システムの状態変数の初期条件 $D_0 (> 0)$ だけでなく、横断性条件(7)も満たす軌道である。これは、最適(時間)経路軌道が十分な計画時間経過後に有界にならないといけないので、その長期均衡点かまたは他の有界な点に到達する軌道でなければならない。しかし、他の有界な点では少なくともどちらかの主変数の値が0になるが、このような点は、その最適性の前提を充たさないだけでなく(あるいは、長期均衡点へと向かう経路と比べて、消費水準が比較的にかなり低い経路となり最適でなくなる)、そのシステムの定義域の境界にあるので実行可能ではない。したがって、当該の最適(時間)経路軌道は十分な計画時間経過後にその長期均衡点に到達する軌道でなければならない。

しかも、当該の位相図は、等傾斜線など、相流の全体的流れ方でも鈴木〔2025〕のそれ（同論文、p.55、第1図）に類似していて、非局所的にはその長期均衡点付近で鞍点性の軌道が確認できるので、その長期均衡点が鞍点となっていると考えてよい。それ故、当該の最適（時間）経路軌道は、鞍点となっているその長期均衡点へと向かう軌道、つまり（収斂性の）鞍点軌道となる。このような鞍点軌道の最適経路軌道は、位相図から明らかに、もしも初期条件が $D_0 < D_\infty$ ならば、最適時間経路上で経済状態は、時間とともに鞍点軌道に従って D_0 から $D \uparrow D_\infty$ かつ C_0 から $C \downarrow C_\infty$ と進むように推移することになり、一方、もしも $D_0 > D_\infty$ ならば、最適時間経路上で経済状態は、時間とともに鞍点軌道に従って D_0 から $D \downarrow D_\infty$ かつ C_0 から $C \uparrow C_\infty$ と進むように推移することになる。これらのことは、最適（時間）経路の鞍点軌道が、一義的に決定され、時間に従う経済状態の軌跡の単調な曲線（の線分）として得られることを意味する。■

なお、上記の位相図は、次の第1図である。これは、当該の動学的システムである連立微分方程式の位相図の典型的な例示である。

この第1図は、鈴木〔2025〕のそれ（同論文、p.55、第1図）と同様な描き方をしているのので、再生（可能）天然資源の輸出から得られる正のかつある程度の利潤（額） $\bar{\pi} > 0$ を基本的に想定していて、 $\pi = \bar{\pi}$ という利潤額の仮定で、その長期均衡点が（位相図のほぼ中央に来るように）存在する場合の典型的な位相図例が描かれている。第1図で、 $\dot{D} = 0$ かつ $\dot{C} = 0$ となる長期均衡点 (D_∞, C_∞) へ向かう鞍点軌道と離れて行く鞍点軌道は矢印が連なる線で描かれている。つまり、上の補題2から、



第1図

当該小国の再生可能資源輸出にとっての国際的市場が（純粋）競争的でも、長期均衡点の存在を可能にする何がしかの利潤水準 $\bar{\pi} > 0$ を確保できる場合は、最適時間経路 (D^*, \hat{Q}, C^*) あるいは (D^*, C^*) が存在することを表している。この場合には、その最適時間経路ないしこの軌道は一義的に決まり、 D_0 が D_∞ よりも小さいか大きいかのいずれかによって、第1図で、上方からの右下がりの軌道に含まれる部分で得られるか、あるいは、下方からの左上がりの軌道に含まれる部分で得られるかが決まる。

鈴木〔2025〕（p.55）でも触れたように、当該国が小国であるという想定と、その再生可能天然資源輸出の国際的市場が（純粋）競争的であるという想定とは矛盾せず、しかも、何がしかの正の利潤が確保できる場合も、少なくとも価格受容者として市場行動する限り、その国際的な競争的市場と両立可能である。したがって、その市場の市場競争の性質や度合いにより程度が異なると考えられる

が、その長期均衡点の存在を可能にするのに十分な何がしかの利潤水準 $\bar{\pi} > 0$ の想定とその競争的な国際的市場は両立可能であると言える。

また、鈴木[2025](p.56)でも触れたように、補題1と補題2から、 $D_\infty > 0$ かつ $C_\infty > 0$ でも、これらの長期均衡点の値が十分に0より大きくなければ、その長期均衡点は横軸または原点にかなり近い座標をとることがあり得る。この場合、初期条件 D_0 が D_∞ よりもかなり大きいならば、このとき最適時間経路は長期的にかなり低水準の消費を強いられ、経済学的に有意義なものとして見出すことはできない。つまり、第1図で $\dot{D} = 0$ を表す曲線 $C = P\hat{Q} - \kappa(\hat{Q}) - R(D - Da) - RaDa (= \pi - R(D - Da) - RaDa)$ が横軸を切る点の D の値 (この点を以下で横軸切片と呼ぶことにする) よりも D_0 が小さくしなければならぬ。 D_0 がこの D の値よりも大きければ、 C_0 の値にかかわらず、定義域内で最適経路上の点を実行できなくなる。

ここで、上の2つの補題をまとめて一つの基礎的な定理にしておく。また、最適経路の動学的システムの定義域の境界線付近での鞍点軌道についての有意義な理解を定理の解釈として別にしてまとめる。

定理1 もしも、適度な水準の $\rho > 0$ と利潤 $\pi = \bar{\pi} > 0$ が与えられるならば、MSY政策(4)と国際協力金融支援を伴う当該小国の動学的最適化問題(5) または(5')の最適時間経路 (D^*, \hat{Q}, C^*) あるいは (D^*, C^*) は、適度な水準の初期条件 D_0 に対して単調な鞍点軌道に沿って一義的に存在し、 $D_0 < D_\infty$ ならば最適時間経路上で時間に従って $D \uparrow D_\infty$ かつ $C \downarrow C_\infty$ となり、一方、もしも $D_0 > D_\infty$

ならば最適時間経路上で時間に従って $D \downarrow D_\infty$ かつ $C \uparrow C_\infty$ となる。■

定理1の解釈 定理1に基づき第1図を想定すると、長期均衡点の D_∞ や横軸切片の値 $D_{C=0}$ に比較して大き過ぎる D_0 にある小国の経済には、その左上がりの鞍点軌道上の最適時間経路はほぼ存在しない。反対に、 D_0 が比較的に低い水準にある小国の経済では、長期均衡点がたとえ横軸にかなり近い所に存在しても、その右下がりの鞍点軌道上の経路の最適時間経路を容易に見つけることができる。■

定理1(等)の証明 定理1の前半は補題1の証明から得られ、定理1の後半は補題2の証明から得られるので明らかであるが、長期均衡点が極端に横軸に近い状況や横軸切片より右方の座標を取らない場合という経済学的に有意義な値の範囲という意味で「適度な」という表現を用いている。また、定理1の解釈は、第1図の正象限内で右下の方の右隅の上方に左上がりの鞍点軌道が及んでない領域があることや、左下の方の左隅の上方には右下がりの鞍点軌道が縦軸近傍まで及んでいることがわかるので、その解釈は成立するのは明らかである。■

定理1は、国際金融市場だけでなく、国際金融協力が存在するあるいは併存する場合でも、当該小国の動学的最適化が可能であり、鞍点軌道が存在することを証明していて、しかも適度な値の各パラメータが与えられれば、より広い範囲の D_0 の値ないし水準からでも、鞍点軌道が及ぶ範囲で、

その動学的最適化で導かれる最適時間経路が実行可能となることを示している。

経済的に有意味な最適時間経路が存在するためには、当該の分析にとっての具体的な数値基準を明確にできないが、消費者の生活を保障するような何らかの水準で $C_\infty > 0$ とならなければならない必要性から、適度に大きい $\rho > 0$ と $\pi = \bar{\pi} > 0$ が与えられる場合でなければならないと考えられる。鈴木〔2025〕(p.56)でも類似のことが述べられたが、比較的小さい適度な $\rho > 0$ と比較的大きい適度な $\pi = \bar{\pi} > 0$ が与えられないならば、長期均衡点は第1図などの位相図で右下の方へ置かれ、横軸切片も比較的小さい値になる可能性があり、この場合には、大きめの初期条件 D_0 に対して鞍点軌道が実行可能でなくなる可能性が高くなる。いずれにしても、経済規模に対して大きすぎる累積赤字の初期条件すなわち初期値の存在は実行可能な最適軌道すなわち最適経路が見いだせない可能性を高くすることがわかる。

IV 対外債務と天然再生資源開発 依存小国の持続可能性と 国際協力の金融的役割

まず、鈴木〔2025〕(補題3, p.57や、定理2, p.57-58)と同様の仕方で、上の定理1に関して、外生変数についての比較静学分析が可能であるが、鈴木〔2025〕と本稿の分析モデルの主な差異が新しいパラメータの追加に伴う部分だけなので、どちらにも共通する外生変数についての比較静学分析は、見た目の形式的な表現のほんの僅かなところを除けばほとんどなく、それらの分析結果もほぼ同様である。少なくとも、それらの分析結果の定

性的差異はほぼないと言ってよい。それゆえ、以下では主として、本稿で新たに導入した外生変数 Ra や Da についてだけ比較静学分析を試みることにする。

補題3 MSY政策(4)を伴う小国の動学的最適化問題(5)または(5')の最適時間経路を与える(1')と(6)または(6')の動学的システムに関するパラメータ Ra や Da の外生的変化による長期均衡点 (D_∞, C_∞) への(個別の)比較静学的効果は、それぞれ、 $dD_\infty / dDa = 1$ 、 $dD_\infty / dRa = 0$ 、および、 $dC_\infty / dDa = -Ra < 0$ 、 $dC_\infty / dRa = -Da < 0$ 、となる(なお、 π については、 $d\pi / dDa = d\pi / dRa = 0$)。■

補題3の証明 当該の動学的システムの長期均衡点を決定する連立方程式は、 $\dot{D} = 0$ かつ $\dot{C} = 0$ であり、これらから、 $R(D - Da) + RaDa = \{PQ - \kappa(Q) - C\}$ と $\rho = R'$ が得られ、これらの連立の式で Ra や Da の外生的変化だけについて全微分して整理すると次のようになる。

$$d\rho = 0 = R''(dD - dDa), \therefore dD_\infty = dDa,$$

$$\text{or, } dD_\infty / dDa = 1 > 0.$$

$$R'(dD - dDa) + dRaDa + RadDa = d\pi - dC = -dC, \text{ so,}$$

$$R'(dD_\infty - dDa) + dRaDa + RadDa = -dC_\infty, \text{ and,}$$

$$dRaDa + RadDa = -dC_\infty,$$

$$\therefore dC_\infty / dDa = -Ra < 0, \text{ and, } dC_\infty / dRa = -Da < 0.$$

また、 $\rho = R'$ の式で D_∞ が決定されるが、この式は Ra を含まないので、 Ra による比較静学的影響はない。なお、 π には Ra や Da が含まれていない

ので、これらは π に全く影響しない。かくして、長期均衡点 (D_∞, C_∞) への $(Ra$ や Da の個別の)比較静学的効果は、明らかである。■

当該の最適時間経路の動学的システムの長期均衡点について国際協力金融支援の比較静学効果を求めた補題3の経済学的意味は重要なので、次に、それを含めた開放マクロ経済学の内容を定理2として明確にまとめておく。

定理2 MSY政策(4)と国際協力金融支援を伴う小国の動学的最適化問題(5)または(5')の最適時間経路を与える(1')と(6)または(6')の動学的システムで、国際協力金融支援関係のパラメータ Ra と Da の外生的変化だけによる長期均衡点 (D_∞, C_∞) への比較静学効果は、基本的に、 $dD_\infty / dDa = 1, dD_\infty / dRa = 0$ 、および、 $dC_\infty / dDa = -Ra < 0, dC_\infty / dRa = -Da < 0$ となる。さらに、その長期均衡点における(社会的)効用水準 U_∞ への Ra と Da の比較静学効果は、 $dU(C_\infty) / dRa < 0$ および $dU(C_\infty) / dDa < 0$ となり、どちらも負の効果がある。■

定理2の証明 その定理前半の証明は補題3の証明そのものなので省略する。その定理後半はその基本的な結果を踏まえて、次の簡単な演算で明らかとなる。

$$\begin{aligned} \therefore dU(C_\infty) / dDa &= dU(C_\infty) / dC_\infty \cdot dC_\infty / dDa \\ &= -RaU' < 0, \text{ and, } dU(C_\infty) / dRa \\ &= dU(C_\infty) / dC_\infty \cdot dC_\infty / dRa \\ &= -DaU' < 0. \quad \blacksquare \end{aligned}$$

ただし、上の各補題や定理という諸結果では、暗に、長期低利融資という国際金融協力あるいは国際協力による金融支援が当該小国の無限計画期間で継続されるものと仮定されている。この仮定は、当該小国と特別な国際関係にある国、すなわち特別な2国間関係にある先進国や経済的余裕のある大きめの国がいくつか存在する場合や、そうした複数の国々が国際的に連携して金融支援を行う場合に成立する可能性がある。つまり、そうした複数の国際金融支援国が連係して同じ契約条件で長期低利融資を継続実施する場合はそれである。

もちろん、それでも、そうした国際金融支援の係が無限計画期間の間途切れずに続けられるかという現実的な問題や、そもそも分析の前提となっている無限計画期間自体が非現実的ではないかという問題は他の多くの動学的最適化問題と同様に残り続ける。根本的な問題として計画期間をどのように設定するべきかという問題は、本稿では扱われない。こうした問題に関連する分析や考察は、別の機会に試みる必要はある。

また、定理2から、 Da の外生的変化分だけ D_∞ も変化することは当然のことであるが、 Ra の外生的変化が D_∞ に全く影響しないという結果は意外かもしれない。国際金融支援による長期低利の利子率の値が上昇すれば経常的に累積債務の増加を発生させることになるが、最適動学化の結果としての長期均衡の累積債務水準には影響しないというのは、基本的に無限期間の間、返済もせずずっと借り入れたままだからかもしれない。どこかの時点で一部でも返済が必要ならばその比較静学効果は変更されるかもしれない。

しかしながら、その影響は C_∞ ないし $U(C_\infty)$ には生じることになり、 R_a の外生的変化が C_∞ ないし $U(C_\infty)$ に $-Da$ ないし $-DaU'$ という影響を与える。つまり、 R_a の外生的増加が C_∞ を Da だけ減少させ、 $U(C_\infty)$ を DaU' だけ低下させる。この意味では、国際金融協力の長期契約においてその金利 R_a の値をなるべく低くすることは、当該小国について、功利主義的な観点では(動学的最適化問題(5)または(5')の目的汎関数すなわち無限積分を社会評価関数と捉えることで)厚生経済学的に望ましいと言えるだろう。

一方、 Da の外生的変化が C_∞ ないし $U(C_\infty)$ に $-Ra$ ないし $-RaU'$ という影響を与える。つまり、 Da の外生的増加が C_∞ を Ra だけ減少させ、 $U(C_\infty)$ を RaU' だけ低下させる。この意味では、国際金融協力の長期契約においてその金利 R_a の水準をなるべく小さくすることは、当該小国について、 R_a の外生的効果についての上の理解と同様に、功利主義的な観点では厚生経済学的に望ましいと言えるだろう。

このように、定理2の、 C_∞ ないし $U(C_\infty)$ に関する分析結果から、国際金融協力は、借入国の長期的な負担となるから必要最低限の金額にすべきで、かつ、その長期低利の利子率もできるだけ低くするべきという常識的な解釈を導く。他方、動学的最適化問題(5)の単純な設定から、いっそう複雑な想定の場合での D_∞ への比較静学効果やその目的汎関数すなわち無限積分との関わりについては本稿では詳しい考察を試みてないので、別の機会に扱う必要がある。

最後に、定理2から確認できる解釈を次にまとめる。

定理2の解釈 MSY政策(4)と国際協力金融支援を伴う小国の動学的最適化問題(5)または(5')の最適時間経路を与える(1')と(6)または(6')の動学的システムで、国際協力金融支援関係のパラメータ R_a と Da の外生的変化だけによる長期均衡点 (D_∞, C_∞) への比較静学効果(つまり定理2)に基づくと、 Da の外生的増加と R_a の外生的低下は、その位相図で鞍点軌道を長期均衡点とともに右上方向(より高く大きい座標)へ移動させ、一層大きな初期条件 D_0 に対して鞍点軌道を実行できるようにする可能性を高くする。■

この解釈は、理解の可能性を示しているので、定理1やその解釈ないし定理2から明らかなので、その証明は省略する。この解釈の含意は、国際金融協力によるより低い R_a と十分な Da の存在と、これらの値を特別な国際関係による交渉で適切な値に調整できれば、一層大きな初期条件 D_0 に直面している再生可能資源依存の小国が動学的最適化問題(5)に取り組むことで、経済的持続可能性の達成可能性を大きくできるということを意味している。つまり、再生可能な天然資源に依存しているが、大きな累積財政赤字に困っている途上国に、国際金融協力が適切に支援できれば、その小国の経済の動学的最適化が可能になり、長期的に最適で持続可能な経済運営が可能になるということを示唆している。

こうした解釈はごく平凡なことかもしれないが、比較的単純な理論設定でも一応の論理的証明に基づいて明らかに導かれているという点は一定の評価が得られるだろう。時折耳にする2国間の借款や国際機関の国際金融支援協力が理論的にも基礎づけることができることが、再生可能な天然

資源に依存しながらも累積的な財政ないし対外赤字に困っている途上国の場合について本稿では明らかにされた。

本稿では、再生可能天然資源開発を伴うが、対外的な（累積）債務の返済に苦しんでいる途上国や、すでにその返済が困難な「重債国」あるいは「重債務貧困国」も基本的には考察の対象になっているが、十分に検討できているわけではない。こうした現実的に極めて重大な国際経済問題については別の機会に扱うつもりである。

参考文献

- ◎ Clark, C.W., 1976, *Mathematical Bioeconomics: The Optimal Management of Renewable Resources*, Wiley.
- ◎ Rauscher, M., 1989, “Foreign Debt and Renewable Resources”, *Metroeconomica*, 40, pp.57-66.
- ◎ 鈴木康夫, 2025, 「MSY政策の再生可能資源輸出及び、対外債務と消費の動学的最適化」『彦根論叢』第445号, pp.50-61, 滋賀大学経済学会.

Sustainability of a Country Dependent on Renewable Resource Exports and Foreign Debt, and the Role of International Organization Lending

Yasuo Suzuki

The present paper extends the study of Suzuki[2025], that is the analysis of the dynamic optimization of consumption and foreign debt, and (natural) renewable resource exports in the maximum sustainable yield (MSY) policy of a small (developing) country, to the more complicated case of international finance with international loans of financial support by financial institutes for international cooperation or some bilateral partners and so on. Its fundamental model is very similar to Suzuki[2025] without new exogenous variables and relevant suppositions, and its main system is formulated by utilizing a dynamic (open) macro-economic model adding two new exogenous variables, that are long-run loans and its very low rate of interest by financial support for international cooperation, to the two differential equations of Rauscher [1989] with an extension introducing an ecological management policy, namely the MSY policy, and some other alterations, i.e. them of Suzuki[2025].

Without something relevant to new exogenous variables, lemma 1, lemma 2, and, theorem 1 are very similar to ones earned by Suzuki[2025]. But, with respect to supporting the theoretical possibility to the level of foreign debt stock, i.e. cumulative foreign debt, of existences of the long-run (dynamic) equilibrium point and its optimal trajectories, the assertion of the (particular) remark of theorem 1 is stronger or more illustrative and explanatory than the similar interpretation of one in Suzuki[2025].

Lemma 3 and theorem 2 are the main results of the present paper, and are new results of comparative static effects of the new exogenous variables, omitting ones of the same exogenous variables of Suzuki[2025]. The assertion of the (particular) remark of theorem 2 is very interesting and strengthens supporting the theoretical possibility to the level of foreign debt stock, of existences of the long-run (dynamic) equilibrium point and its optimal trajectories. Then, exogeneous increase of international loans of financial support by financial institutes for international cooperation extends or raises the upper limit of the level of foreign debt stock which makes the small country to find the dynamic optimal path and to become sustainable.